



Утвердительное суждение основывается на непосредственном восприятии, а отрицательное — это всегда вывод. В реальности не может быть противоречия

*Н.А. Васильев
русский логик и поэт-символист (1880-1940)*

Теория информации

ЛЕКЦИЯ 9: МЕРЫ ИНФОРМАЦИИ

10.11.2022

На прошлой лекции обсуждали что есть объем и содержание понятий в формулах Байеса

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p(i) \log_2 p(i).$$

$$H(X \cdot Y) = H(X) + H(Y)$$

$$H(AB) = H(A) + H(B | A) = H(B) + H(A | B).$$

Объем понятий: случайность объективна; равновозможны разные системы суждений о понятиях (например, вероятности). Аристотель: «случай не есть только наше незнание, но есть причина, которая имеет свое основание не в ней самой, а в другом». Математическая вероятность - суть мера физической возможности.

Содержание понятий: равновозможность суть равновероятность, которая причинно-обусловлена однородностью (стационарностью) наблюдаемых явлений

Что было на прошлой лекции

- Вероятностные представления входят в структуру современных научных знаний. Объяснение этих представлений базируется на понятии «информация».
- То, что воспринимается и понимается относительно физической реальности – рассматривается как аппроксимационная (суррогатная) информационная модель .
- Причина явления случайности лежит не в самом явлении, а в другом....и м.б. обусловлена пересечением различных причинно-следственных рядов-событий, а каждый такой ряд в отдельности характеризуется простым «линейным» причинно-следственным отношением.
- Информационные модели отражают вероятностью природу реальности (результат того, куда «перейдет» суперпозиция состояний – случаен) и открывают новые возможности для моделирования и «объяснения» реальности, которая отражается в сознании (памяти) субъекта .

Пятая форма материи Вселенной – it from bit

- <https://doi.org/10.1063/5.0064475> Оценка информации, содержащейся в видимой материи Вселенной (19 октября, 2021)
- Еще в 1929 году Сцилард проанализировал связь информации с физическими процессами, указав на то, что информация о системе определяет пути ее **возможной эволюции**. (см. А. Берут, А. Аракелян, А. Петросян, С. Килиберто, Р. Дилленшнайдер, Э. Лутц, "Экспериментальная проверка принципа Ландауэра, связывающего информацию и термодинамику", Nature 483,187–189 (2012).)
- Реальность как картеж сущностей «масса-энергия-информация» и **возможностей** их взаимодействия (см. М.М. Вопсон, «Принцип эквивалентности масса-энергия-информация», AIP Adv. 9,095206 (2019). <https://doi.org/10.1063/1.5123794>.)

Итак: во Вселенной храниться определенное количество информации, независимо от того, наблюдается ли она или нет.

Где эта информация храниться ?

Комментарий: Проводя наблюдения и выполняя измерения параметров элементарной частицы

- наблюдатель объективно не создает никакой информации.
- Так **три степени свободы**, которые описывают, например, любой электрон в любой точке Вселенной ранее были **где-то и когда-то** встроены в саму частицу.
- Это равносильно утверждениям - информация существует и передается в разных формах:
 - элементарные частицы фермионы с ненулевой массой покоя **хранят** информацию о себе, формируя информационное содержание материи, хранящейся в Вселенной,
 - Элементарные частицы бозоны - носители взаимодействия могут **передавать** информацию только в форме сигнала

Сколько информационного содержания есть в наблюдаемой Вселенной?»

- Применяя формулу Хокинга для энтропии черной дыры ко всей Вселенной, физики получили:

Информационное содержание Вселенной $i = 2\pi^2 G M^2 / hc^3$

Исходя из формулы энтропии S при $T = 2,7$ информационное содержание $= 8 \cdot 10^{88}$ бит

Общая информационная емкость $= 10^{99}$ бит

Используя форму Шеннон, в которой извлеченная из наблюдения за событием информация есть функция вероятности события p

$$I(p) = - \log_b p$$

где b - базовая единица информации. Если X – множество событий, доступных наблюдению, из которых можно извлечь информацию, получим выражение для информационной энтропии:

(если $H(x)=1$, то наблюдение за событием генерирует 1 бит информации)

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p(i) \log_2 p(i).$$

Использование молярных значений массы (моль/г)

- Моль (moles от лат. счетное множество) – количество вещества, содержащее число Авогадро ($N_A = 6 \cdot 10^{23}$) структурированных элементов (атомов, молекул, ионов..). Молярная масса углерода – 12 г/моль....
- Процентное весового соотношение элементов во Вселенной для водорода и гелия составляют 75% и 23% соответственно, что позволяет вычислить общее число протонов, электронов и нейтронов для каждого вида атомов. В итоге в сумме получим вероятностные оценки: 108,27 электронов, 108,27 протонов и 15,6 нейтронов для всех видов атомов .
- Число репрезентативных атомных составляющих для материи в наблюдаемой части Вселенной - 232,14 частицы..... (p, e⁺, n⁰)
- Тогда, вероятность наблюдения (вероятностная барионная модель Вселенной {0.466, 0.067}, где
 - $P_p = P_e = 108,27 / 232,14 = 0,466$
 - $P_{n^0} = 15,6 / 232,14 = 0,067$

Теория Шеннона связывает энтропию с информационным наполнением

- Итак, максимальное количество информации, закодированной для каждого события наблюдения, равно $I = \log_2 3 = 1,585$ бит, если все три возможные события равновероятны. В случае Вселенной это не так поэтому битовое содержание на 1 событие $\{p, e^+, n^0\}$
- Теория. Поэтому на основании этой теории количество закодированной в любом типе видимой материи информации можно измерить.
- Следствие 1. физические параметры материи содержат определенное количество информации, которое можно вычислить.
- Пример число Эддингтона N_{Edd} - это количество протонов (столько же и электронов) во Вселенной $= 136 \times 2^{256}$ или примерно $1,57 \times 10^{79}$

Теория Шеннона связывает энтропию с информационным наполнением

- Итак, максимальное количество информации, закодированной для каждого события наблюдения, равно $I = \log_2 3 = 1,585$ бит, если все три возможные события равновероятны. В случае Вселенной это не так поэтому битовое содержание на 1 событие наблюдения $\{p, e^+, n^0\}$ равно 1,288 бит на 1 частицу.
- Зная общее число протонов, электронов и нейтронов в видимой Вселенной теперь можно вычислить ее информационное содержание. Учитывая, что протон и нейтрон имеют внутреннюю структуру из трех кварков, из которых 232,15 кварков «+» и 108,27 кварков «-». Общее число элементарных частиц в выборке из 100 атомах равно 479,9, а вероятностная модель $\{0.483, 0.29, 0.225\}$
- Итого, информация закодированная на одну элементарную частицу равна 1,509 бит.

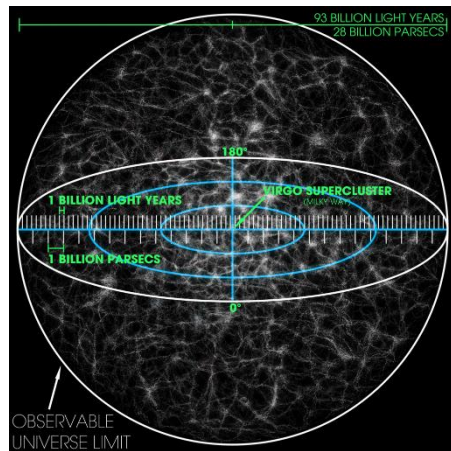
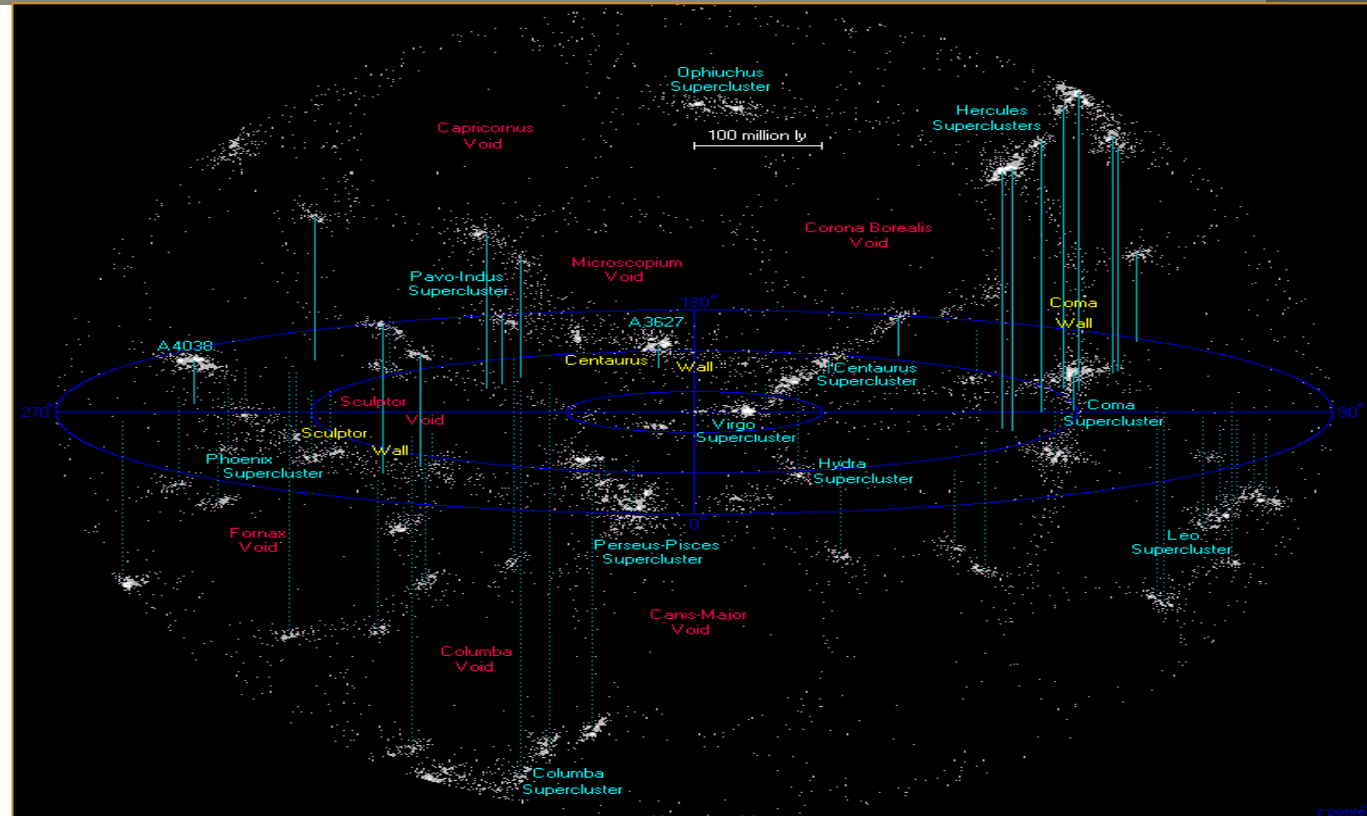
Количественные подробности

число Эддингтона N_{Edd} -
 это количество протонов
 (столько же и
 электронов) во
 Вселенной = 136 ×
 2 256 или примерно

$$1,57 \times 10^{79}$$

число элементарных
 частиц $N = 4 \times 10^{80}$
 а информационное
 содержание

$$N_{\text{bit}} = 1,509 \times N = 6.036 \times 10^{80} \text{ бит}$$



На основе уравнений ОТО, критическая плотность $= 9.6 \times 10^{-27} \text{ кг/м}^3$, а радиус наблюдаемой Вселенной $46,5 \times 10^9$ световых лет $= 44 \times 10^{25} \text{ м}$. Общая масса всех барионов Вселенной с учетом вероятностной модели $\{0.466, 0.466, 0.067\}$ эффективная масса равна для электрона $= 1.675 \times 10^{-27} \text{ кг}$.

Информация и познаваемость : пред-аксиоматика

1. П-Аксиома 1. Система, содержащая **конечный объем информации**, эффективно (за конечное время) познаваема
2. П-Аксиома 2. Познание системы с конечной информацией **внешним наблюдателем** возможно тогда и только тогда, когда его разнообразие R_o превосходит разнообразие наблюдаемой системы: $R_s < R_o$.
3. П-Аксиома 3. Познание системы с конечной информацией **внутренним наблюдателем** возможно тогда и только тогда, когда его разнообразие R_{oi} превосходит разнообразие наблюдаемой части системы R_{os} : $R_{os} < R_{oi}$. Поскольку внутренний наблюдатель является частью системы, то его разнообразие плюс разнообразие наблюдаемой части системы не может быть больше разнообразия R_s всей системы при условии, что разнообразие аддитивно $R_{os} + R_{oi} \leq R_s$

Информационная «асимптотика» Вселенной

Вселенной имеются два типа массы:

- с квадратичной связью между информацией и массой (черные дыры),
- с линейной связью между информацией и массой (обычное вещество),

Информационно эти типы материи между собой не связаны. Поэтому существует модель Вселенной, при которой объем информации минимален.

Вселенная массы M , состоящая из черных дыр и только из черных дыр данной массы, содержит минимально возможный объем информации $I_{\text{BC min}} = Mc^2 / (2kT \ln 2)$ бит

Уровни информационного описания

В неживой природе существует один уровень неопределенности или информационного взаимодействия а именно термодинамическое уравнение Гиббса

$$dH = TdS + VdP$$

где H полня внутренняя энергия, доступная для преобразования, S – энтропия.



В живом организме есть три уровня информационного взаимодействия:

- Первый – гуморальный, где взаимодействия реализуется на уровне молекул.
- Второй – клеточный, где взаимодействие происходит между клетками — (лейкоциты макрофаги и пр.)
- Третий — нервная система, где взаимодействие происходит на уровне передачи сигналов по цепи нейронов.

Передачу сигналов между нейронами можно измерять в битах

- Все органы тела человека в секунду генерируют 10 Мбит. Через таламус в кору головного мозга попадает 50 бит.
- Взаимодействие сцепленных (запутанных) состояний различных органов тела человека можно измерять в битах.
- Как и квантовые биты сигналы нервной системы можно перемещать по телу с различной скоростью, сохраняя величину их информационного содержания и меру взаимодействия.

Итак, чем управляется тело человека: энергией или информацией ?

- Как и в общей теории относительности (ОТО), где сила тяготения – информационная сущность, так и в организме человека сила информационного взаимодействия зависит от **выбора «правильной» системы координат или** контекста сообщения.
- Можно сказать и так: пространство и время являются «сценой» для демонстрации явлений, причем, «сцена» от самих явлений также зависят.
- Поэтому «действия сил» на сцене — это предмет изучения физики, а реакция «сцены» на сообщения – это предмет теории информации

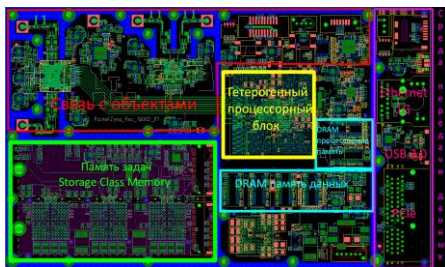
- Имеет место принцип информационной эквивалентности инерциальных систем координат:
 - Неопределенность описания объекта одинакова во всех инерциальных системах координат;
 - Объем информации об объекте, получаемый при его измерениях в различных инерциальных системах координат в единицу времени, одинаков.
- Скорость физического взаимодействия конечна, а максимальная скорость передачи информации ограничена:
 - при любом расположении в пространстве взаимодействующих объектов;
 - в любой момент времени (это является следствием однородности времени);
 - во всех инерциальных системах координат (следствие принципа информационной эквивалентности инерциальных систем координат).

иерархия «уровней и функций» перспективной вычислительной платформы

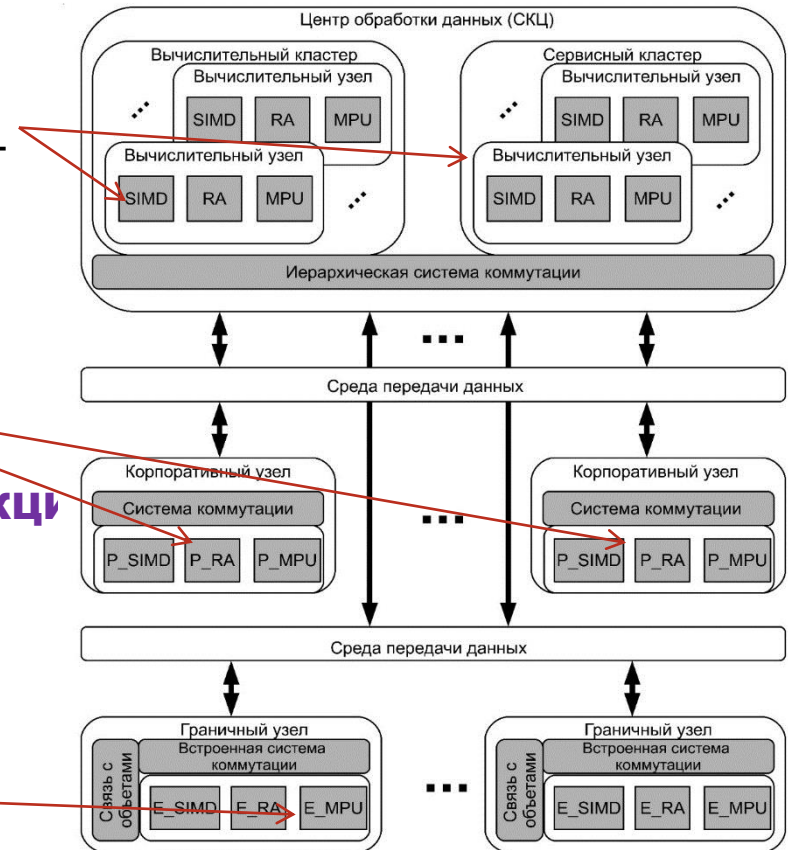
Уровень **«объяснения»** результатов ;
функция оценка параметров >4 Гфлопс/Вт



Уровень **обобщения** результатов ; функция
«машинного обучения» >10 Гфлопс/Вт



Уровень **моделирования**; функция алгоритм
вычисления , >20 Гфлопс/Вт

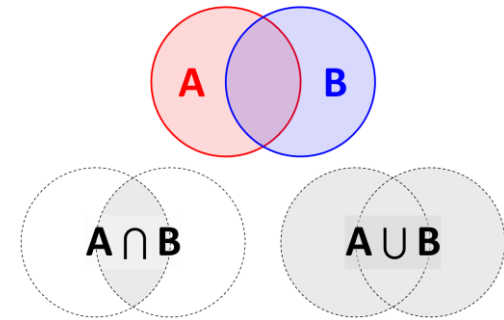


it from bit – «природа» инвариантности законов логики

- Формальная (математическая) логика **природы** (восходит к Аристотелю, действует закон «противоречий» (A не может быть не- A) и закон исключенного третьего. Формальная логика применима к идеальным сущностям и процессам, которые определены однозначно - «логично»)
- «Новая» (мета) логика понятий (В. Н. Васильев – логика свободная от «закона противоречий», идея объективной множественности субъективных «миров»):
 - непосредственное восприятие порождает два вида суждений – утвердительное и отрицательное
 - Единичное отрицательное высказывание носит **субъективный** характер, и оно не совпадает с утверждением ложности положительного. В этом суть релевантных (модальных) логик.
 - Существование металогики - формальной логики мышления , основанной на «законе несамопротиворечия» – есть основ любых «воображаемых» логик, если ... отвлечься от всякого содержания мысли.

Информационное содержание формулы Байеса - основы металогиики

В. Н. Васильев: Познающий субъект может мыслить иные объекты и иные законы объектов (гипотезы), но он не может мыслить иного познающего «себя» (субъекта) и иные законы своей мысли.



- По формуле Байеса можно более точно пересчитать вероятность правильности того или иного суждения (гипотезы), беря в расчет как ранее известную информацию, так и данные новых наблюдений:
 - Суть формулы вероятностная корректировка реализуемости суждений (представлений) при получении новой информации
 - Формально индексирует информативность новых данных для ранее сформированных убеждений, т.е. условные вероятности могут быть поняты как соотношения площадей.

Что следует из формулы Байеса:

- $P(A|B) = P(B|A) * P(A)/P(B)$
- Истоки информационного описания реальности:
 - в реальном мире все «события – суть доказательства», лежащие в основе нашего опыта. Если события уже произошли, то на их основе м.б. формулируется гипотеза, которую надо проверить на опыте.
 - При этом, когда гипотеза сформулирована, то количество «событий-доказательств» уже не имеет значения. Условная вероятность учитывает только те состояния «мира», в которых произошло «событие-доказательство»: $P(A|B)$ – вероятность наступления события A , при условии, что событие B уже случилось; $P(B|A)$ – вероятность наступления события B , при условии, что событие A уже случилось; $P(A)$ – априорная (безусловная) вероятность наступления события A ; $P(B)$ – априорная (безусловная) вероятность наступления события B .

Вероятность **$P(\text{доказательство} | \text{гипотеза})$** говорит о том, какая доля фактов (признаков, характеризующих событие) подтверждает сделанную гипотезу

- Рассмотрим пример: будем изучать «кошек» как животных, которые обладают признаком «ловкостью»; формулируем гипотезу – все животные, которые обладают «ловкостью», это «кошки». Пусть, доля кошек с признаком «ловкостью», т.е. вероятность $P(\text{доказательство} | \text{гипотеза}) = 0.90$. Очевидно, что «процент» всех животных с признаком «ловкость» меньше, чем у «кошек», например $P(\text{доказательство}) = 0.50$. Отношение $0.90/0.50 = 1.8 > 1$ говорит о том, что нужно изменить априорную вероятность $P(\text{гипотеза})$, поскольку, новые факты ее не подтверждают.

Информация. Наряду с «силами» может рассматриваться как «причина» возникновения событий :

- если, есть априорная гипотеза (Hypothesis) — о чем том, и наблюдаемые факты — доказательства (Evidence), то для для совершения действий (события) надо узнать, **вероятность того, что гипотеза верна с учетом новых фактов**
 - для этого надо «все переверачивать все с ног на голову», а именно:
 - Используем значение $P(\text{доказательство}|\text{гипотеза})$, чтобы ответить на вопрос : «Какова вероятность наступления событий-доказательств в том случае, где гипотеза верна?»
 - $P(\text{доказательство}|\text{гипотеза})$ легче оценить, чем $P(\text{гипотеза}|\text{доказательство})$, так как $P(\text{доказательство}|\text{гипотеза})$ – есть гораздо более ограниченная область суждений о «мире», а сужая область, можно упростить задачу.
- (пример: «огонь» –гипотеза, а наблюдение дыма – событие, доказывающее наличие огня. Вероятность $P(\text{огонь}|\text{дым})$ оценить сложнее, поскольку вызвать дым могут различные события, например, выхлопные газы). **$P(\text{дым}|\text{огонь})$ оценить проще, где есть огонь, наверняка будет и дым**