



Теория информации должна предшествовать теории вероятностей, а не опираться на нее. Основы теории информации имеют по самому существу этой дисциплины финитный комбинаторный характер  
**А.Н. Колмогоров**

## Теория информации

ЛЕКЦИЯ 8:  
ИНФОРМАЦИЯ , ЭНТРОПИЯ , ФУНКЦИЯ  
ВНИМАНИЯ

3.11.2022

## Что обсуждали на прошлой лекции - энтропии Шеннона

$$H(X, Y) \leq H(X) + H(Y)$$

$H(X, Y) = H(X) + H(Y)$ , если  $X$  и  $Y$  независимы

$$H(X) \leq H(X, Y)$$

$H(X) = H(X, Y)$ , если,  $X$  однозначно определяет  $Y$

$$H = - \sum_i P_i * \log_2 P_i$$

$H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y)$  - условная энтропия позволяет ответить на вопрос, сколько информации приносит величина  $X$ , если вы уже знаете величину  $Y$

$H(X|Y) = 0$ , если  $X$  однозначно определяет  $Y$

$I(X:Y) = H(Y) - H(Y|X)$  - *взаимная информация случайных величин  $X$  и  $Y$*

$$I(X:Y) = I(Y:X) = H(X) - H(X|Y)$$

# Что было отмечено

- Взаимодействие большого количества объектов ( частиц) нельзя описать (вычислить траектории) методами механики. **Требуются другая методология.**
- Понятие вероятности, из которого следует **информационная модель мира (ИММ)**, как раз и описывает фундаментальное (базовое) свойств материальной реальности - невозможность детерминированной, т.е. причинно-следственной, характеризации явлений природы. Новая сущность ИММ – событие.
- Мера события – это Колмогоровская вероятность.
  - в вероятностной аксиоматике Колмогорова имеем : **«вероятность — это ограниченная мера, мера пространства элементарных событий  $P(\Omega) = 1$ ».**
  - **в термодинамике вероятность - это отношение количество** микросостояний, с помощью которых можно «собрать» конкретное макросостояние, к общему **числу всех возможных** микросостояний
- Однако, «квантовая вероятность» отлична от Колмогоровской, поэтому такой вероятности соответствует **другая «информационная модель мира».**

# Вероятность, информация, причина

- Теория Колмогорова базируется на аксиомах:
  - Аксиома 1. Имеется множество элементарных событий  $\Omega$ , причем  $P(\Omega)=1$  - т.е. **пространство элементарных событий нормировано**
  - Аксиома 2.  $\mathcal{A}$  – является **алгеброй событий**, операции которой аналогичны операциям над подмножествами  $\Omega$ .
  - Аксиома 3. Каждому событию  $x$  из  $\mathcal{A}$  сопоставляется неотрицательное вещественное число  $P(x)$  – **мера**, которая называется вероятностью,
  - Аксиома 4. Если подмножества  $A$ , соответствующие **независимым событиям  $x$  и  $y$**  не пересекаются, то  $P(x+y)=P(x) + P(y)$

Совокупность  $\{ \Omega, \mathcal{A}, P \}$  – это **вероятностное пространство** ( поле вероятностей или **носитель информационной меры событий**)

# Вероятностное пространство

- Моделирование «Мира» с помощью **вероятностного пространства событий** позволяет определить процесс «извлечения» и «использования» информации из окружающей среды. Информация может рассматриваться как функция и как атрибут.
- Причем «добывание информации» может носить характер «измерения» (активного воздействия) и восприятия (пассивного наблюдения), а процесс передачи данных - носителей информации от «передатчика к приемнику» может иметь как материальный, так и кодовый (символьный) характер. В последнем случае информация отделима от материального носителя. Сложные системы используют обе формы передачи информации

Что из всего этого следует с точки зрения методологии компьютерных наук ?

# Методология компьютерных наук

- компьютерные науки, — это наука о методах и процессах сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и оценки **информации** с использованием компьютерных технологий.
  - **Объект** КН – информация и ее представление в целом
  - **Предмет** КН – компьютерные методы и технологии взаимодействия с информацией
- В сферу КН включаются такие разделы как:
  - «наука о данных», программная инженерия, численные методы, дискретная математика, комбинаторика, теория алгоритмов, архитектура компьютерных систем, теория информации, теория кодирования, компьютерные сети, теория языков программирования, криптография, методы машинного обучения и искусственного интеллекта....

# Какие изменения произошли в технологиях вычислительных процессов

За последнее время появились

- Экзоплопсные суперкомпьютеры, виртуальные «облачные», «туманные», мобильные, и даже социальные вычислительные системы.
- Их использование породило беспрецедентное количество оцифрованных ресурсов, и появление вычислительных мощностей, создающих общую информационную структуру, которая оставила глубокий «углеродный след от цифровизации»
- Очевидно, что быстрое увеличение разнообразия и объема как вычислительных устройств и цифрового контента создает новые проблемы, ведущие к цифровому хаосу, когда поиск необходимых данных связан с т.н. «информационной перегрузкой» человека так как информация может быть разбросана по различным устройствам и доступ к ней имеют несколько пользователей.

## Что обсуждали на предыдущей лекции

- Базис вероятностного пространства возможностей состоит из альтернативных (несовместных) событий .
- Однако, в вероятностном пространстве возможностей  $X$  необходимо учесть модальности (необходимо, возможно). В этом пространстве нет симметрии причины и следствия, т.е. функция  $d(x,y)$  не равна  $d(y,x)$ .
- Если в метрике не учитывать контекст, то всю «информацию» сообщения необходимо поместить исключительно в сигнал и, таким образом, **информацию реифицировать**.
- Итак, кроме сигнала всегда есть ещё и контекст. Сигнал – всего лишь «сырьё», обретающее ценность (смысл, полезность, значимость и информативность) только при попадании в подходящий контекст



# Напоминание: что такое метрика пространства

- **Метрика пространства** это пара  $(X, d)$ , где  $X$  – множество, а  $d$  – функция, определенная на декартовом произведении  $X \times X$ .
- Элементы пространства, определённые через сходящиеся последовательности в исходном **метрическом** пространстве, принадлежат исходному пространству.
- Две последовательности  $x$  и  $y$  равны, если  $d(x, y)$  стремится **к нулю**.

# Аксиоматика и принципы

- Аксиома компьютерных наук: из данных, получаемых человеком с использованием органов чувств и... приборов, с вероятностью =1 находятся информация в объемах, достаточных для построения алгоритма вычислений полученных данных.
- Возможности построения «data-driven» (информационной) модели реальности появились тогда, когда стало возможным (благодаря развитию мозга) не только получать «данные», но и хранить их неограниченного долго, обобщая результаты и выявляя причинно-следственные связи, а также формируя различные ассоциации.
- В рамках «data-driven» подхода существует две возможности:
  - формализация или дедуктивная /логико-алгоритмических форма представления модели и
  - ассоциация или индуктивная / экспериментально-вероятностная форма представления модели

# Пример: как классическая теория информации учитывает контекст

Используя обобщённую формулу, по которой вычисляется количество информации (в битах), то можно записать:

$$I = -\sum_n p_n \log_2 p_n \quad (1)$$

где  $n$  – количество возможных событий, а  $p_n$  – вероятность  $n$ -го события. Давайте подумаем, что в этой формуле к чему с точек зрения приёмника и передатчика.

Передатчик может передать информацию в форме текста с помощью **сто сообщений**, из которых первое, второе и третье имеют вероятность по 20%, а оставшиеся 40% равномерно «размазаны» по остальным **девятиста семи событиям**.

Нетрудно посчитать, что количество информации в тексте об одном сообщении с точки зрения передатчика равно примерно 4.56 бит:

$$I = -(3 \times 0.2 \times \log_2(0.2) + 97 \times (0.4/97) \times \log_2(0.4/97)) \approx -(-1,393156857 - 3,168736375) \approx 4.56$$

Величина **4.56 будет правильным ответом**, но только в том случае, если приёмнику «интересны» все события и ему заранее известны их вероятности

## И....контекст сообщения

- Но если приёмник ничего не знает о распределении вероятностей (а откуда ему знать?), то с его точки зрения количество получаемой информации **равно 6.64 бит** (легко посчитать по формуле).
- Поэтому информация – содержится в носителе – физическом сигнале, а сочетание «сигнал + контекст» увеличивает объем информации
  - количество информации, возникающей при получении сигнала является контекстно-зависимым.

# как в физике «появилась» понятие информация

- Термодинамика Л. Больцман: применил статистическую трактовку 2-ого начала термодинамики, ввел понятие H-функции состояния макроскопической системы, энтропии  $-H = S = k_B \cdot \ln W$  для описания **неупорядоченности** молекул, участвующих в реализации неравновесных процессов, что привело к появлению понятий постоянная Больцмана  $k_B$ , и «стрела времени» - характеризующих феномен отсутствия симметрии явлений «прошлое-будущее».
- Квантовая механика, Н. Бор: "мы не можем отследить точное местоположение частицы не потому, что у нас недостаточно **информации** о ней, а потому-то **физические свойства "точной позиции"**, в действительности **не существуют**, пока не будут измерены».
- Теория передачи сообщений (информации) Клод Шеннон. Передача сообщения через канал, в котором есть аддитивный шум, может привести к потере сообщения, однако состоявшееся и хранящаяся в памяти сообщение можно повторить еще раз. Потери информации в пространстве компенсируются «удлинением» передачи во времени.

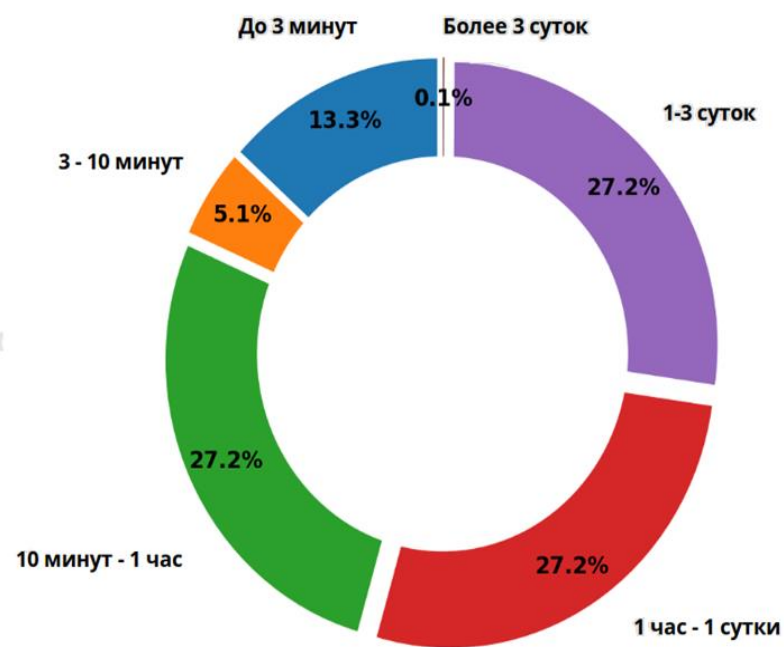
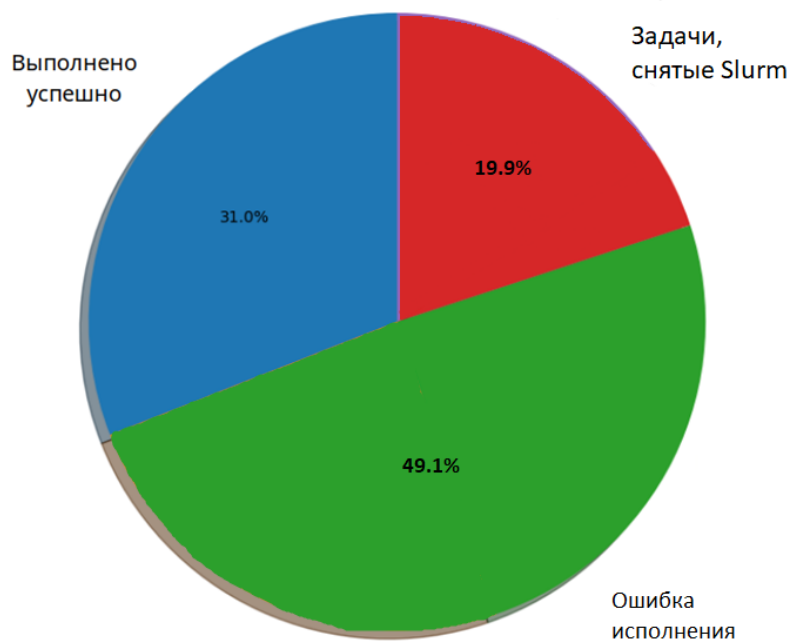
# Проблема информационной «необратимости»

- Методологическая суть проблемы: противоречие между обратимостью во времени процессов на уровне микроскопического описания реальности (механика, квантовая физика) и термодинамической необратимостью на макроскопическом уровне (парадокс направления «стрелы времени»)
- А также, «несимметричность» информационного описания в живой и неживой природе.

# «Информационный принцип дополнительности»

- На пути доминирования принцип *it from bit* лежат фундаментальные проблемы
  - «полноты и непротиворечивости» формальных систем,
  - существования неустранимых алгоритмических ошибок,
  - комбинаторная сложность проблемы оптимального выбора,
  - также недостаточная точность (глубина) анализа последствий «вычисляемых» решений.
- На практике же востребован «информационный принцип дополнительности» - симбиоз дедуктивных (алгоритмических) и индуктивных (эмпирических) подходов, которые путем взаимной верификации получаемых результатов смогут гарантировать эффективность принимаемых решений

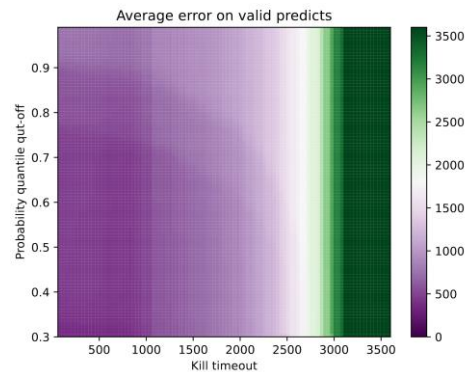
# Мотивация перехода к новым решениям. Статистика «выживания» заданий с СКЦ «Политехнический»



Успешно выполненные составляют **меньше 1/3** от общего числа обработанных заявок пользователей



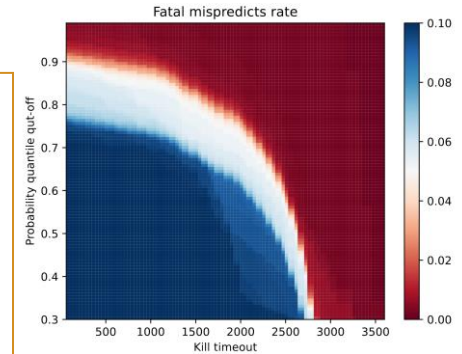
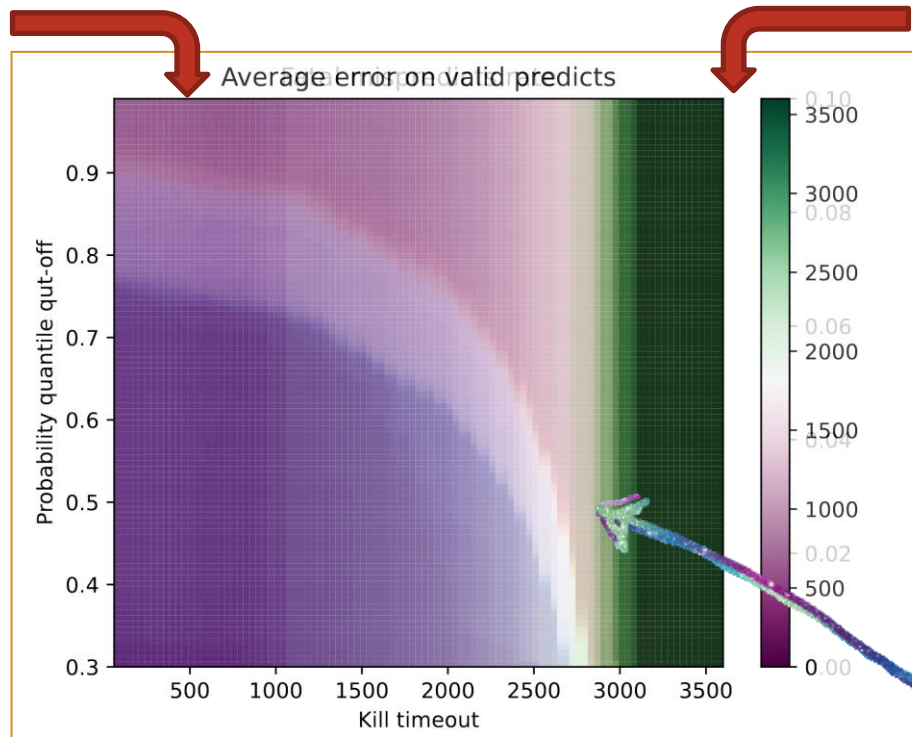
# «устойчивое неравновесие» ошибок вычислений



Комментарий:

Слева – средняя ошибка «**правильных**» предсказаний (время равно или больше фактического)

Справа – доля «**неправильных**» предсказаний (с занижением времени выполнения)

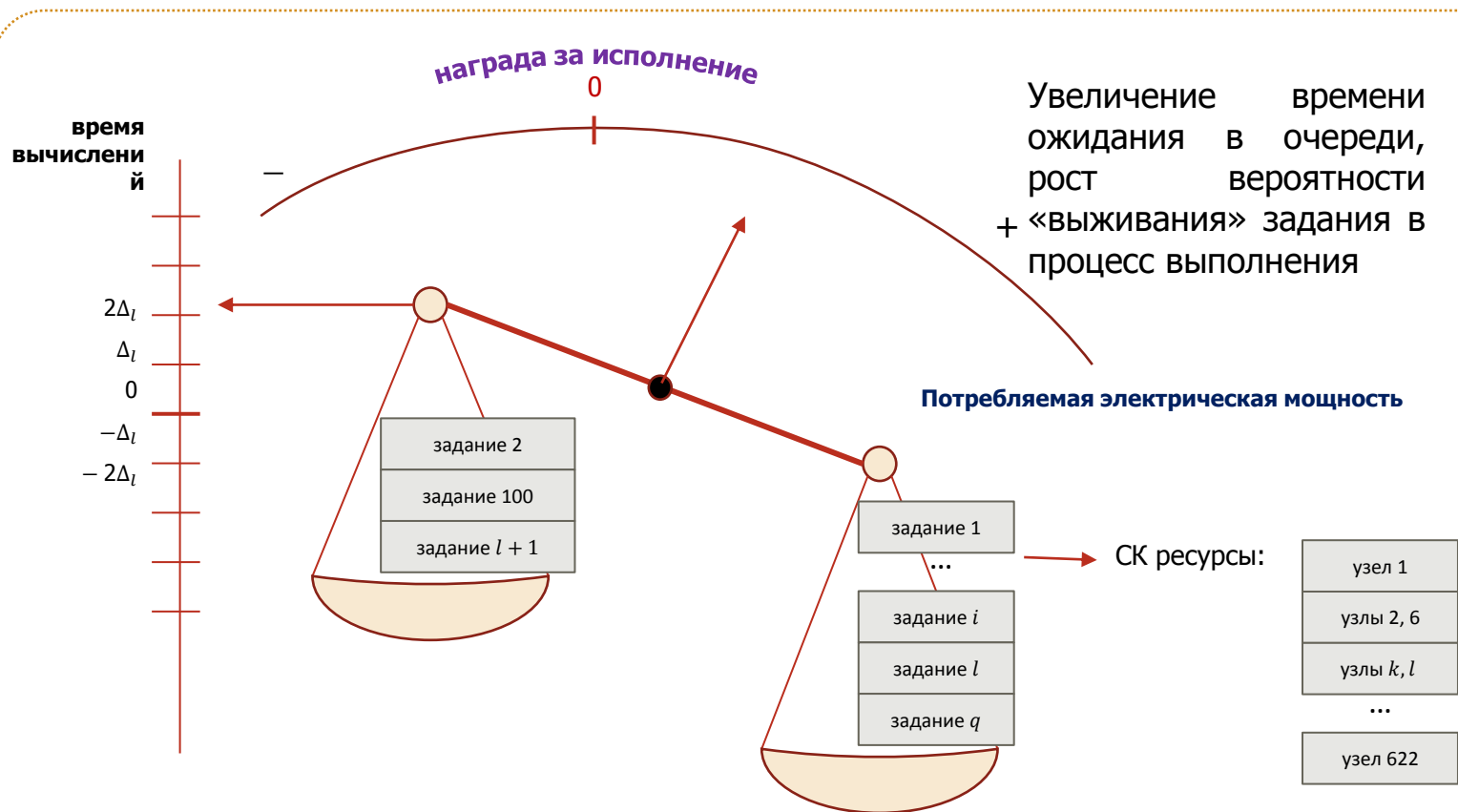


Комментарий:

В качестве критерия «выживаемости» заданий нужна функция «засорения» множества «правильных» множеством «неправильных» ошибок

Такая область на среднем рисунке имеет «розовый цвет» (выделил красным контуром)

Требуется динамическая корректировка параметров приоритета заданий.  
Какие пути решения этой проблемы можно предложить ?



**Алгоритмы балансирования нагрузки могут меняться в зависимости от целевых критериев**

- 1)  $\min$  среднего времени «простоя» (ожидания)
- 2)  $\min$  «время выполнения» задания
- 3)  $\min$  время ожидания + время выполнения

## Еще раз об энтропии «простыми словами»

Это есть многосложное понятие. В физике энтропия — мера дезорганизации или разрушения «причинно-следственных связей» между компонентами системы. Что может **противостоять энтропийным** процессам?

- сведения, являющиеся объектом хранения, передачи и переработки;
- совокупность данных, выражаемых при помощи цифр и используемых при сборе и обработке каких-либо сведений;
- сигналы об окружающем мире, которые воспринимают организмы в процессе жизнедеятельности;
- в генетике — совокупность химически закодированных сигналов, передающихся от одного живого объекта другому
- в кибернетике — количественная мера устранения энтропии (неопределенности), мера организации системы.

# Однако

- явления порядка и беспорядка не встречаются в чистом виде, а находятся в неразрывном единстве, другими словами, в любом беспорядке есть элементы порядка — если не нынешнего, то будущего.
- Суть природного механизма упорядочения реальности (материального мира) — в постоянном переходе (взаимном переходе) порядка и беспорядка – информации и энтропии.

# Сложности описания информационных процессов

- Основа современного научного подхода – редукционизм, т.е. **сведение изучаемого процесса к его причине**. Это позволяет использовать детерминированное математическое описание процессов, однако при этом действует жесткое ограничение: симметрия «прошлое-будущее».
- В 18 веке Г. Лейбницем был сформулирован принцип «достаточного основания»: **полная причина любого превращения (движения во времени) эквивалентна его полному следствию и функция метрика  $d(x,y)=d(y,x)$ ...т.е. «стрела времени» ни какой роли не играет, но необходимо помимо закона движения знать **информацию**, а именно, начальные состояния  **$x(t_0)$  – точки в пространстве возможностей**.**
- В реальности кроме  **$x(t_0)$**  нужна **информация**, которая позволяет **объяснить** появления именно этого начального состояния, что фактически нарушает **симметрию прошлого и будущего, т.е. появляется «стрела времени»**.

# Причина-ассоциация / Алгоритм-субстанция

- В итоге было установлено, что математика – суть тавтология, поэтому применима и эффективна только в тех случаях, когда речь идет об «однородных и делимых сущностях», для которых **логика** УЖЕ выявила и описала явные причинно-следственные связи.
- Благодаря термодинамики стало ясно, что большинство взаимосвязей в природе не носят причинно-следственный характер, а являются носителем ассоциативных (вероятностных), а не дедуктивных отношений, ?
- Ассоциация – это не процесс, а набор фактов, которых хранятся в памяти некоего субъекта, и являются носителями когнитивных функций восприятия и интеллекта.
- Но ассоциативное мышление человека – это физиологический процесс, протекающий в **субстанции** мозга. Фундаментальный вопрос теории - может ли аналогичный процесс быть реализован в каком либо «компьютерном железе» - **в новой субстанции** ?

# Вывод. роль логической ошибки в пространстве возможностей

Теория вероятностей — это всего лишь  
здоровый смысл, подтвержденный  
вычислениями  
Лаплас (1749–1827)

Итак, разные подходы к формализации подразумевают фундаментально разный смысл понятия «вероятности» и ... информации.

Пример - парадокс «Монте-Карло»:

делая случайные логические ошибки в процессе вывода или вычислений, вы **получаете шанс случайно** прийти к правильному заключению.

# Эволюция принципов: от достаточного основания к принципу неопределенности

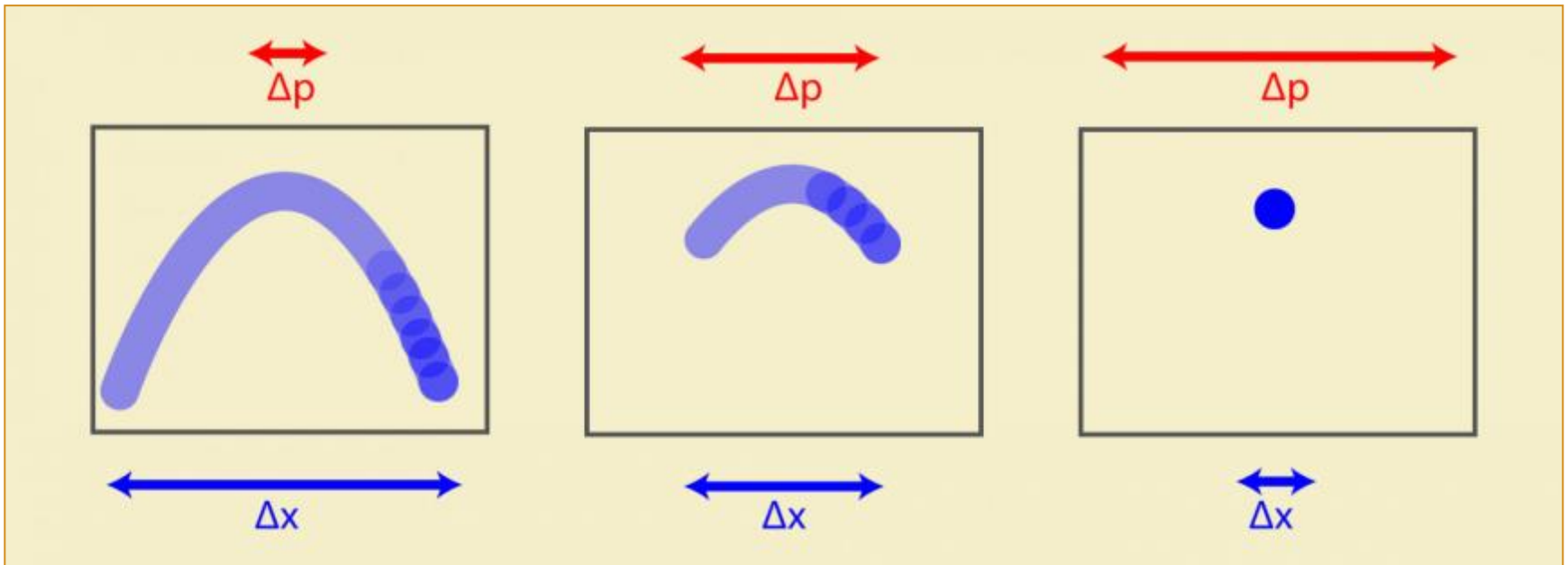
Динамика – это 4-х мерная геометрия

Л. Лагранж

- Принцип неопределенности ( как в макро, так и микро мире) гласит: в  **$R^4$  пространстве-времени**, чем точнее фиксировать координату объекта, тем меньше информации можно получить о его импульсе (скорости), чем точнее измеряется время, тем меньше информации можно получить об энергии.
- Например: Чем меньше будет выдержка, тем чётче будет локализация объекта съемки и в пределе мы получим четкий подвешенный в воздухе мяч и совершенно ничего не сможем сказать о том, по какой траектории он двигался.



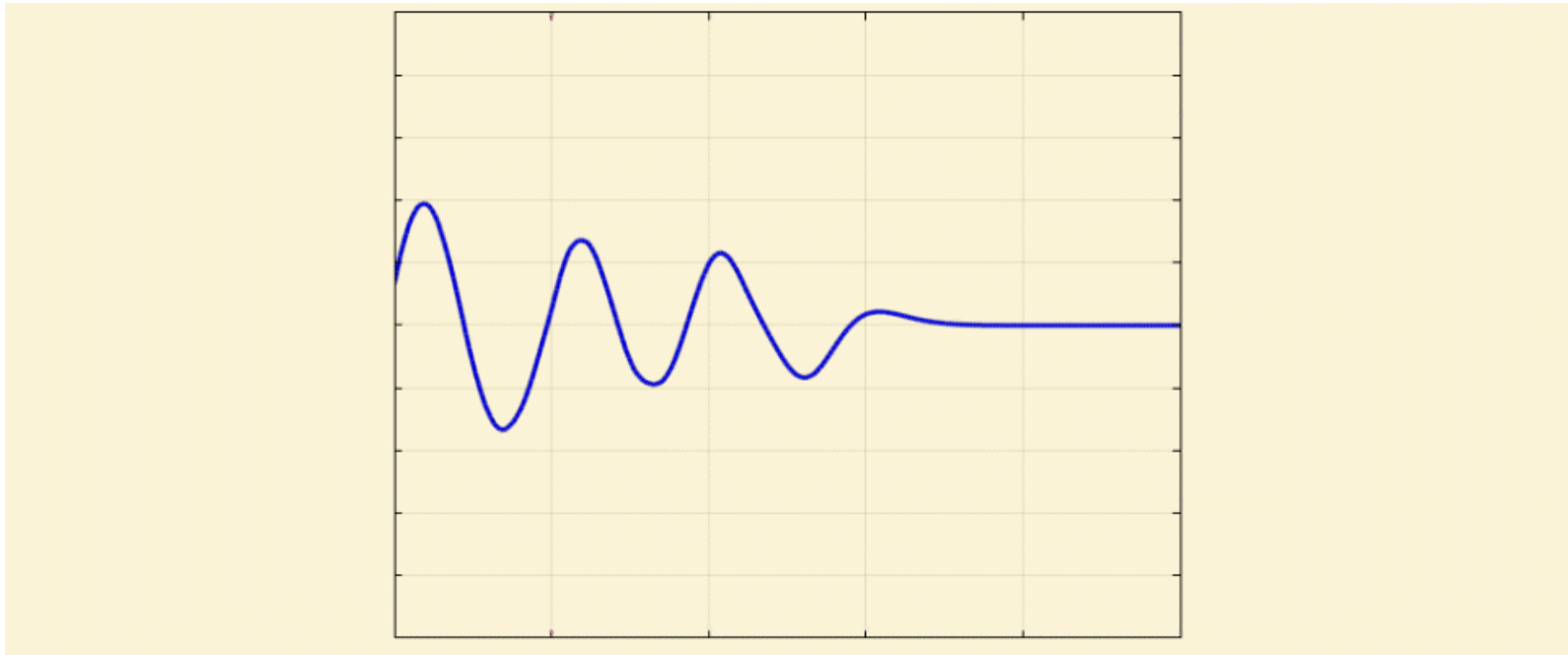
# Пример 1



Три альтернативных снимка движущегося объекта, слева направо, показано как с увеличением пространственно-временного интервала (выдержки фотоаппарата), уменьшается количество информации об импульсе (траектории частицы).

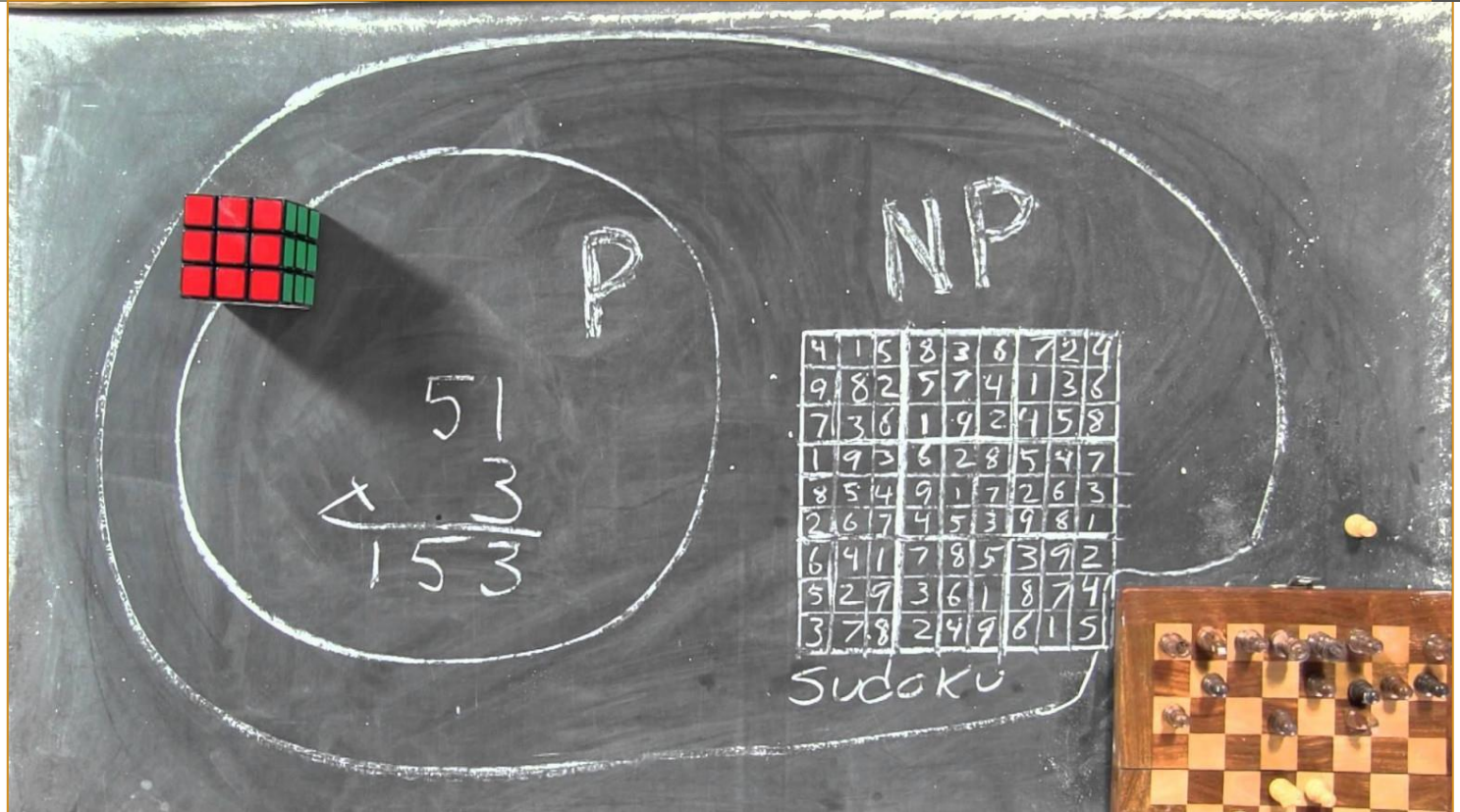
# Пример. Эволюция к устойчивым состояниям при интерференции волны

26



Суть эволюции: как регулярная, так и случайная причина, действующая на протяжении большого интервала времени, приводит к образованию структуры. Пример образования узлов интерференции (красные точки) в одномерной стоячей волне

# Сложность прогноза результатов эволюции. Как вычислить будущее ?



Суть: нерешённость проблемы равенств классов P и NP. Не строго проблему можно описать так: если есть вопрос и есть ответ на этот вопрос, и можно быстро проверить правильность этого ответа (за полиномиальное время), то можно ли так же быстро найти на этот вопрос правильный ответ (за полиномиальное время и используя полиномиальную память).

# Уточнение понятий – откуда в «строгих» компьютерных науках появился класс NP

- **Класс P**
- Класс P вмещает все те проблемы, решение которых считается «быстрым», то есть время решения которых полиномиально зависит от размера входа. Сюда относится сортировка, поиск в массиве, выяснение связности графов и многие другие.

.

# Класс NP - non-deterministic polynomial

- Класс NP содержит задачи, которые недетерминированная машина Тьюринга в состоянии решить за полиномиальное количество шагов от размера входных данных. Их решение может быть проверено детерминированной машиной Тьюринга за полиномиальное количество шагов. Недетерминированная машина Тьюринга является лишь абстрактной моделью, в то время как современные компьютеры соответствуют детерминированной машине Тьюринга с ограниченной памятью.
- Детерминированная машина Тьюринга может рассматриваться как специальный случай недетерминированной машины Тьюринга, класс NP включает в себя класс P, а также некоторые проблемы, для решения которых известны лишь алгоритмы, экспоненциально зависящие от размера входа (то есть неэффективные для больших входов). В класс NP входят многие проблемы, такие как задача коммивояжёра, задача

# Неустраняемая сложность- исходим из того, что реальный Мир экспоненциально сложен

Заметим, что полиномиальность или простота ответа, зависит от простоты заданного вопроса, то есть определяется возможностями ....когнитивной идеализации.

Имеем,  $P=NP$ , но лишь в особом «функциональном пространстве», которое математическом смысле **пополнено** так, что включает в себя как **алгоритмически вычислимые, так и вероятностные, так и когнитивно определенные функции.**

- Задача 1. Найти описание законов, характеризующих проявление феномена сложности физических явлений и .... М.б. объясняющих простоту когнитивных функций.

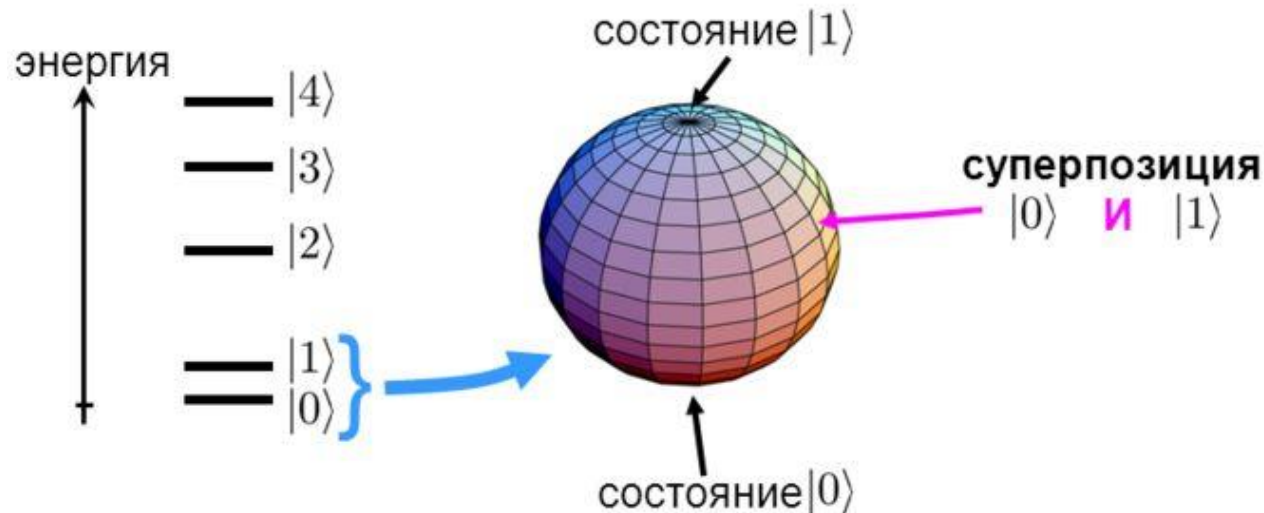
# Пример – «Кинореальность» как ассоциация или аномалия, состоящая из виртуальных объектов

- «кинореальность» непосредственно не порождает физических явлений, так как «энергетически» не замкнута, но ... оказывает информационное воздействие на объекты, которые способны эту информацию воспринимать.
- «кинореальность» - это объекты, которые с точки зрения классической физики не образуют «состоявшуюся» реальность, поэтому являются виртуальными (аномальными) и не следуют законам «сохранения»....
- Однако, к «аномальным» также можно отнести объекты, наделенные памятью или сознанием, например, живые организмы, которые способны к целенаправленному «движению» под воздействием не только энергии (внешней силы), но и на основе обработки информации.

# Пример: информационный феномен квантовых состояний

## Кубит

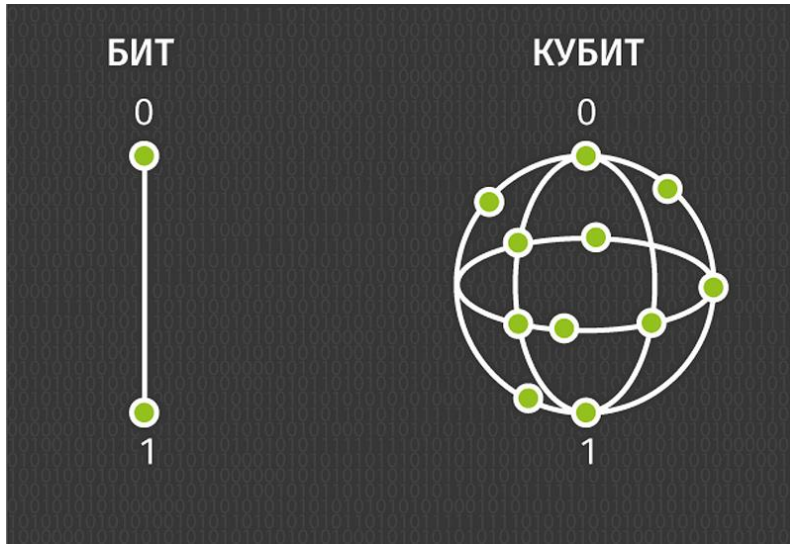
2-уровневая квантовая система (можно различить  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ )  
 может существовать в бесконечном числе  
 физических состояний *промежуточных* между  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ .



Квантовая система может существовать  
 в двух состояниях *одновременно*



# формализм «КОМПЛЕКСНЫХ» амплитуд



Когда мы образуем квадрат модуля суммы  $w+z$  двух комплексных чисел  $w$  и  $z$ , мы не получаем только лишь сумму квадратов модулей этих чисел, но и дополнительную «поправочную» компоненту:

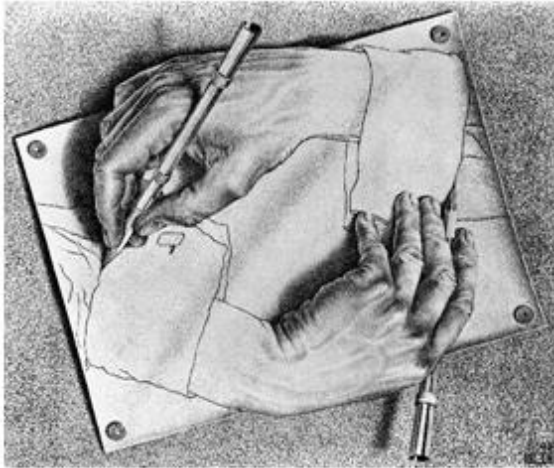
$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w||z|\cos(q),$$

где  $q$  – угол, образуемый направлениями на точки  $z$  и  $w$  из начала координат на т.н. плоскости Аргана...

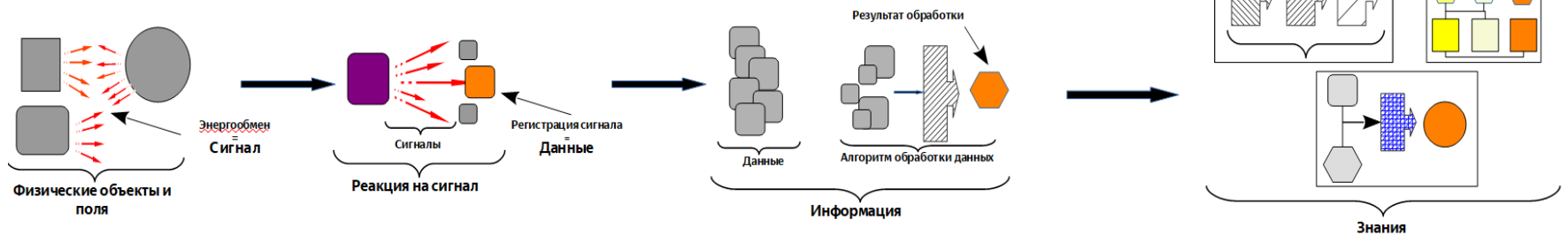
- Физики говорят, что поправочная компонента  **$2|w||z|\cos(q)$**  описывает «квантовую интерференцию» между альтернативными составляющими объекта, но ...  
интерференционное **слагаемое** не проявляется, если субъект обладает информацией («**знанием**») о траектории движения частицы.
- Такая квантовая суперпозиция (феномен в поле комплексных чисел) не имеет место для макроскопических **физических объектов** (у этих объектов нет своей **локальной памяти**), а есть **информационно-вычислительный феномен**, описывающий свойства реальности, в которую входят «аномальные» объекты.

# ИНФОРМАЦИЯ В «запутанных» СИСТЕМАХ или проблема цифровой трансформации

Картина Эшера рисующие руки



Пример взаимного сосоздания и циркулярной причинности.  
Метафора странной петли Хофштаттера



# Выводы

- Информационное описание объектов реальности основано на сокращении многообразия до уровня «наиболее значимых параметров».
- Совокупность таких параметров составляют основу суррогатной модели, которая используется в процессе интерпретации реальности
- Структуры, объекты которых способны к интерпретации реальности, не могут быть описаны феноменологическими моделями, в частности, законами термодинамики.

# Приложение к лекции

- Информация и классическая физика
- Принцип дополнительности
- Почему суперпозиция это «особое» состояние материи
- Компьютерные науки - «новая» физика информационных процессов

# почему классическая физика «обходится» без информации

- Физические процессы – это результат взаимодействия различных объектов в псевдо эвклидовом «пространстве-времени» Минковского. «Места» для хранения информации в этом пространстве нет. Но «сложные» объекты, наделенные «памятью» могут находиться:
  - в «**смеси**» состояний, т.е. одном **конкретном состоянии**, параметры которого есть результат «измерения» всех параметров «чистых» состояний его составных частей (описываются т.н. матрицей плотности)
  - в **суперпозиции – линейной комбинации** «чистых» состояний, т.е. находиться одновременно во всех «чистых» состояниях, но ... с различной вероятностью, результат измерения «коллапс» волновой функции дает случайный результат.
  - **несепарабельной суперпозиции** «чистых» состояний, т.е. запутанной (взаимозависимой) суперпозиции, которая не факторизуется на тензорные произведения «чистых» состояний. В этих условиях возможен «обратный коллапс» волновой функции.

# Принцип «дополнительности» и эффект суперпозиции:



- Всякое явление природы или сложная «физическая система», не может быть определена однозначно, поэтому требует для своего описания по крайней мере двух **взаимоисключающих дополнительных понятий**. Сложный объект проявляет совокупность альтернативных состояний, поэтому его описание основано на принципе дополнительности (принцип коммутативности) Н. Бора.

- В случае квантовых явлений известны лишь волновые функции (вектора состояния из уравнения Шредингера)  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$ , а квантовая система может находиться в состоянии их суперпозиции

$$a|\psi\rangle + b|\phi\rangle,$$

где коэффициенты  $a, b$  – это комплексные числа, такие что  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ .

- Если возможные численные значения «состояния» системы обозначим  $q$ , то величина  $q$  «вычисляется» как **собственные значения (СЗ)** оператора энергии  $Q$  квантовой системы ( $Q$  – это гамильтониана системы или оператор ее полной энергии). СЗ вычисляются как решение уравнения:

$$Q|\psi\rangle = q|\psi\rangle$$

- Собственный вектор оператора  $Q$  образуют базис комплексного гильбертова пространства состояний квантовой системы

$$|\phi\rangle = \sum a_j |\psi_j\rangle \quad \sum |a_j|^2 = 1$$



# Эволюция вектора состояний как детерминированный процесс

Оператор  $U$  порождает «движение» в соответствии с формулой :

$$|\phi(t)\rangle = U|\phi(0)\rangle,$$

где  $U$  отвечает уравнению Шредингера

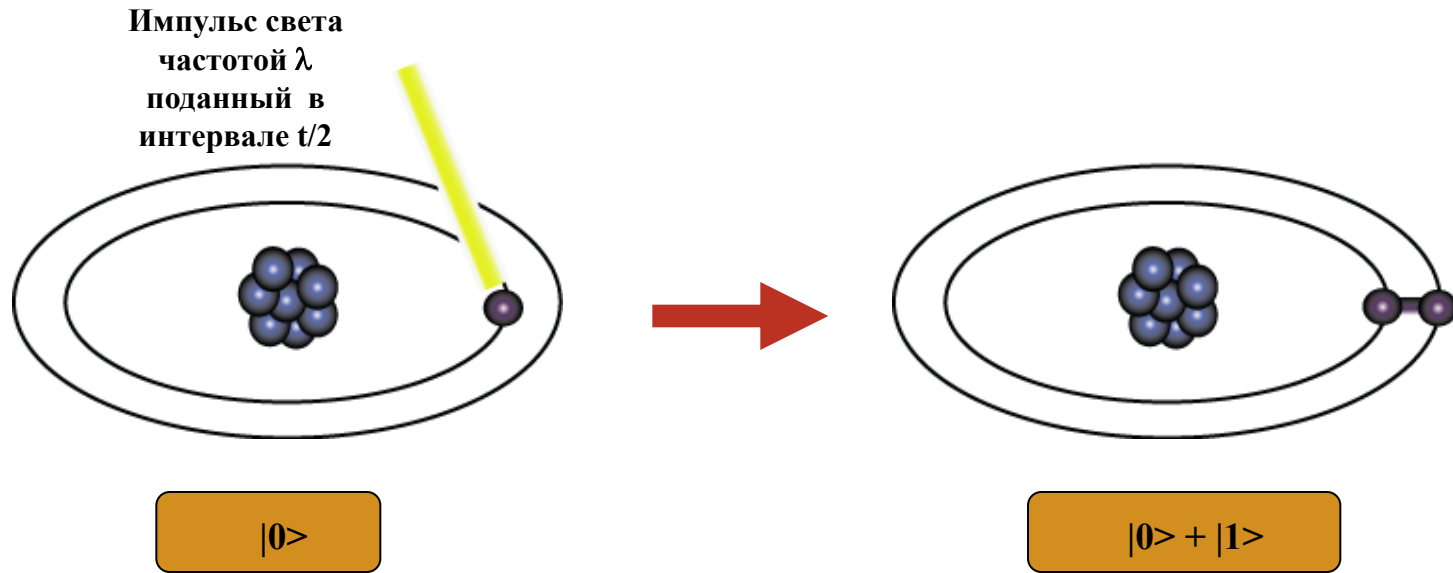
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\phi\rangle = H |\phi\rangle \quad U = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int H dt\right)$$

# «Запутывание» атома в силовом поле





# Как возникает суперпозиция



В случае, когда кубитов 3, то суперпозицию всех 8 возможных состояний можно записать как:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}} |000\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}} |001\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{8}} |111\rangle$$

# Почему суперпозиция это «особое» состояние материи

- Суперпозиция является не столько физическим, но и **информационно-вычислительным феноменом**.
- «Носителем» этого феномена является **«физическое» вероятностное пространство**, потенциально возможных «чистых» состояний. Для существования такого «пространства» необходимо материю наделить особым ресурсом, а именно память – механизмом переноса состояний во времени.
- Рассматривая информацию как феномен реальности, можно предложить «формулу» физической реальности :

**материя= (вещество + энергия) + информация.**

# компьютерные науки - «новая» физика информационных процессов

Примеры, когда правдоподобное объяснение процессов в рамках классической физики найти невозможно:

- поведение косяка мелких рыбешек или мелких птиц перед отлетом их на юг;
- поведение толпы людей на концерте популярного ансамбля;
- явления предшествующие землетрясению: поведение животных, заряженные частицы в атмосфере, свечение воды, образование облаков и пр.;
- кооперативные явления в природе и обществе, самоорганизация, фликкер-шум и пр.;
- .....

# Пример: Макроскопическая МНОГОЧАСТИЧНАЯ информационная ЗАПУТАННОСТЬ



Случай  
политическая



случай

классическая

«МОНОГАМИЯ»:



# Topological order and quantum entanglement

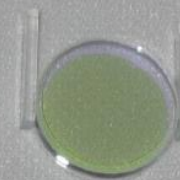
Michael Levin, Xiao-Gang Wen

*MIT*

<http://online.itp.ucsb.edu/online/qubit06/levin/>

LIGO

MIT Radiation Pressure Experiment  
Optical Coatings: Noise and Other Issues



Tim Bodiya

MIT: S. Ackley, T. Corbitt, D. Sigg, N. Smith, C. Wipf, N. Mavalvala  
Caltech: Y. Chen, R. Bork, J. Heefner, S. Whitcomb, S. Danilishin  
AEI: H. Ebhardt-Mueller, H. Rehbein, K. Somiya  
LIGO Hanford Observatory: D. Sigg

Workshop on Optical Coatings in Precision Measurements  
March 20-21

<http://www.ge.infn.it/~gemme/virgo/CoatingWorkshop/bodiya.pdf>



## Quantum Information Technology: Entanglement, Teleportation and Quantum Memory

October 23, 2002

### Applications of Entanglement

Seth Lloyd

MIT Department of Mechanical Engineering



# Пример: описание единичного кубита

2-мерное гильбертово пространство с базисом  $|e\rangle, |g\rangle$

$$|e\rangle = 1 \cdot |e\rangle + 0 \cdot |g\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |g\rangle = 0 \cdot |e\rangle + 1 \cdot |g\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Волновая функция кубита эволюционирует в 2-мерном гильбертовом пространстве

$$|\phi\rangle = a|e\rangle + b|g\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Скалярное произведение  $\langle \phi_k | \phi_l \rangle = \begin{pmatrix} a_k^* & b_k^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_l \\ b_l \end{pmatrix} = a_k^* a_l + b_k^* b_l$

Операторы, действующие на состояния кубита  $-2 \times 2$  матрицы  $Q|\phi\rangle = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11}a + q_{12}b \\ q_{21}a + q_{22}b \end{pmatrix}$

Все возможные состояния связаны унитарными преобразованиями

$$|\phi\rangle \rightarrow U|\phi\rangle \quad U = \begin{pmatrix} c \exp(-i\alpha) & -t \exp(i\beta) \\ t \exp(-i\beta) & c \exp(i\alpha) \end{pmatrix}, \quad c^2 + t^2 = 1$$

Разные состояния кубита не всегда различимы.

При измерении состояния  $|\phi_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$  есть возможность обнаружить другое состояние  $|\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$  с вероятностью  $P = |\langle \phi_2 | \phi_1 \rangle|^2$

Различимы только ортогональные состояния, например, собственные состояния эрмитовых операторов.

- Физика запрещает передачу информации «в пространстве-времени» со сверхсветовой скоростью. Это объясняется принципиально вероятностным характером измерений и теоремой о запрете клонирования.
- Вероятностная природа измерений (результат того, куда перейдет суперпозиция – случаен) открывает новые возможности не только описания, но и формирования реальности за счет т.н. слабых квантовых измерений (англ. weak quantum measurement), когда заданная последовательность таких измерений прерывается, когда достигнуто «желаемое» состояние.
- Стабильные и самоподдерживающимся суперпозиции могут существовать как на квантовом уровне (в «пространстве-времени» так и на макроскопическом уровне (информационно-вычислительное пространство)