



Весьма вероятно наступление невероятного

*Агафон
папа римский,
с 678 по 681 гг. н.э.*

невозможность сформулировать базовое
определение свидетельствует о
непонимании сути предмета

Теория информации

ЛЕКЦИЯ 6: ИНФОРМАЦИЯ И ЭНТРОПИЯ КАК ОБЪЕКТИВНЫЕ АТРИБУТЫ ОБЪЕКТОВ РЕАЛЬНОСТИ

13 октября 2022

Что обсуждали на прошлой лекции

- Способность описывать что-либо позволяет построить «информационную модель» этого «чего-либо». Такое описание не равноценно пониманию этого «что-либо».
- **Феномену пониманию** не возможно сопоставить информационную меру «снятой неопределенности» Шеннона, которая характеризует «количество полученной информации» в сообщении
- Чем «глубже» понимание «чего-либо», тем **к более отдаленным** от непосредственного восприятия или опыта сущностям это **понимание апеллирует (обращается).....**

Введение

- В современных условиях человек «работает» с информацией, поступающей из разных источников. Есть интуитивные представления о том, что означает - **один источник более информативным, чем другой**, но не всегда понятно, как это представление «информативен» определить формально.
 - Так, **не всегда большое количество текста означает большое количество информации**. Если короткое сообщение из ленты информационного агентства переписывают в большую новость, как измерить объем «новой информации».
 - Если рассмотреть текстовый файл с романом Л.Н. Толстого «Война и мир» в кодировке UTF-8 размером — 3.2 Мб. Сколько информации содержится в этом файле? **Изменится ли это количество информации, если файл перекодировать** в другую кодировку или если его заархивировать? **Сколько новой информации можно получить, если прочитает этот файл второй раз?**

Вещи «протяженные», понятия «мыслимы», процессы «детерминированные» vs события «случайны»

- Имеет место разделение мира на вещи **протяжённые** (res extensa) и
- вещи **мыслимые** (res cogitans), введённое еще Рене Декартом, что оказалось весьма полезным и продуктивным в наше время.

С приходом информационных технологий люди научились создавать материальные (res extensa) объекты (компьютеры), целиком предназначенные для манипулирования нематериальными (res cogitans) сущностями, и поэтому **разделение мира на разные сущности стала сложной задачей**, без решения которой современной теории информации никак обойтись.

Вопросы:

1) первичен ли факт

«я мыслю, значит я существую».

Р. Декарт

2) является ли мыслимая функция (сознание) вычислимой функцией

А. Тьюринг

Тотальность физической реальности

- Понятие «материальное» можно определить разными способами
 - Всё объективно существующее.
 - Всё, что отличается от психического и духовного
 - Всё, существующее в физическом пространстве, то есть то, что Декарт определил как «res extensa»

Итак, локализация в физическом пространстве есть однозначный способ определения материальности объекта.

Что такое «информационный объект» ?

Факт: людям не ведомо ничто из того, что не является «информацией».

- Гипотеза физика Д. Уильера **it from bit** утверждает: мы живем не в материальной, а в информационной реальности,

Мир состоит из вещей, о которых люди что-либо знают (понятия) и вещей, о которых люди ничего не знают (им ни какие мыслимые понятия не соответствуют).

Имеет место т.н. «тождество неразличимости идентичности» или закон Лейбница – неразличимые вещи = тождественны.....

Люди могут манипулировать только теми вещами, о которых что либо знают, ли вещами, которые не находятся за границей «мира наших понятий». Информационное содержание «окружающего мира» может пополняться

Итак - реификация

- Reification; Reifikation) - овеществление **идей и понятий**; обращение с ними таким образом, как если бы они были осязаемыми объектами.



интерпретация специально подготовленного сигнала – не единственный сценарий обретения информации. Например, происходящее вокруг, содержит много информации, которую как бы никто специально не посылал.

Информационные парадоксы физики: парадокс Гиббса

- Информационные аспекты как для науки, так для практики важны.
- Пример знаменитый парадокс Гиббса. Этот парадокс возникает в мысленном эксперименте с определением энтропии замкнутой системы при смешении одинаковых объемов двух различных идеальных газов. Условия эксперимента такие:
 - В начале газы отделены друг от друга непроницаемой перегородкой и имеют одинаковую температуру.
 - Затем перегородка убирается и газы равномерно перемешиваются. Их конечная температура равна начальной.
- Вопрос 1: Как изменится энтропия системы после смешения различных газов?
- Ответ: энтропия системы возрастает **скачком**, так как термодинамический процесс смешивания газов не обратим....
- Вопрос 2: Что будет с энтропией системы, если смешать два объема одинаковых идеальных газов ?
- Ответ: Энтропия системы не изменится и ни какого скачка не будет

этот «Великий» парадокс

- Был сформулирован в работе Гиббса «О равновесии гетерогенных веществ» в 1876—1879 гг. ...
суть парадокса формулируется так: энтропия смеси **разных** идеальных газов больше суммы энтропий этих же газов до смешения на величину $\Delta S = kN \ln 2$.
- Парадокс Гиббса в рамках законов термодинамики трудно объяснить, также как объяснить формальное логическое равенство « $1+1=1$ » в рамках правил классической арифметики.
- Логическая суть парадокса Гиббса: можно ли **смесь «тождественных» газов считать «чистым» газом**. Логически тождественно лишь то, что не возможно различить....
- **Вывод:** результаты, полученные в рамках одной теории, нельзя без должного логического обоснования переносить на другую теорию.

Аналогичный «эксперимент» с энтропией Шеннона сообщений

Пусть M - произвольное сообщение длины L с энтропией H . Рассмотрим два таких M сообщения. Тогда

- арифметическое объединение длин этих сообщений назовем последовательным соединением
- логическое объединение (через побитовую операцию) этих сообщений назовем параллельным соединением.

При этом вид логической операции неважен, например, это будет XOR (по самому своему смыслу операции XOR – несовпадение т.е. $(x \text{ XOR } x) = 0$) суть сложение по модулю 2.

вариант 1. Объединим два **разных** сообщения M длиной L в одно.

Тогда

- При **последовательном** соединении сообщений **энтропия** результирующего соединения будет **равна их сумме**.
- При **параллельном** соединении сообщений энтропия результирующего соединения будет **не меньше суммы, но больше единицы** (в двух разных сигналах биты не совпадают).

Мысленный эксперимент можно продолжить на примере обработки идентичных сообщений

Вариант 2. Объединим два **идентичных сообщения M длиной L в одно двумя способами**

- последовательном соединении сообщений. Вопрос: как измениться энтропия результирующего соединения (не изменяется).
- параллельном соединении сообщений. Вопрос как измениться энтропия результирующего соединения (будет равна нулю) .

Итак, шенноновское "количество информации" - это инвариант «деформации» сообщения - произведение энтропии сообщения на его битовый «размер».

Аналогично парадоксу Гиббса в термодинамике, в зависимости от того, что известно про **идентичность** газов или сообщений, результирующая энтропия объединения либо будет меняться скачком или не будет меняться совсем.

Комментарии

- На информационную энтропию Шеннона можно смотреть как на **аналог плотности объекта** (например, как на фрактальную плотность).
- Если энтропия объекта (сообщения) большая, **то объект "рыхлый"** и он может быть информационно «уплотнен», т.е. сжат по отношению к своему битовому объему. Если же сообщение достигло максимальной информационной плотности (**"энтропийный предел"**) – то информационное уплотнение не возможно.
- Например, если есть 10-символьный алфавит 0..9, то сообщение **0123456789 - максимально плотное**: все допустимые состояния заняты. Поэтому сообщение «информационно» несжимаемо, при этом любая перестановка символов не влияет на энтропию сообщения т.к. энтропия сообщения безразлична к порядку следования символов.
- С другой стороны сообщение 0000000000 (или любое другое сообщение, состоящее из повторения любой цифры 10 раз) - **сжимаемо**, т.к. **9 из 10 состояний в этом сообщении свободно**.

Можно сказать, что "энтропия – это мера беспорядка» ?????

- операции сложения ("параллельное соединение") и умножения ("последовательное соединение") необратимы (**деструктивны**):
 - $2+2=4$ - полностью потеряна информация о слагаемых,
 - $2*2=4$ - полностью потеряна информация о сомножителях.
- Аналогично, операция XOR **деструктивна** - информация об операндах после выполнения этой операции будет потеряна, а вот энтропия может быть сделана любой.
- Собственно в этом состоит идея шифрования - подобрать такое преобразование, чтобы энтропия зашифрованного сообщения была как можно ближе к 1 (**квазислучайное** состояние).

Есть надежный способ измерения информации

- Комбинаторный способ – **или информация по Хартли** определяет количество информации в множестве A , как $I(A) = \log_2 |A|$, где $|A|$ - мощность множества. Интерпретировать эту формулу можно следующим образом: для описания одного элемента A нужно $I(A)$ битов информации (считается, что элементы множества между собой не различимы)....
- Пример. Загадано целое число x от 1 до 1000. Получено сообщение – задуманное число делится на 6. Сколько информации содержит это сообщение? Итак:
 - Первое число, делящееся на 6, равно 6
 - Второе число, делимое на 6, равно 12
 - Третье число, делимое на 6, равно 18
 - последнее число в указанном диапазоне равно 996.
- Так как $1000/6=166,666$, поэтому можно записать
 - **$\log_2 1000 - \log_2 166 = \log_2 1000/166 = 2,59$ бит**

комментарий

- если полученное **сообщение**, уменьшающее **пространство поиска** (**уменьшает энтропию**) в k раз, то оно **приносит** $\log_2 k$ бит **информации**.....
- В предыдущем примере **пространство поиска** числа уменьшилось в $1000/166 = 6,02$ раз.

Итак

- Как оценить, сколько информации содержится в сообщении/событии
- Пусть U – пространство элементарных исходов события. Если произошло событие $X = a_i$ то размер множества согласованных с этим событием элементарных исходов уменьшается с $|U|$ до $p_i * |U|$
- То есть событие $X = a_i$ сообщает нам

$$\log_2 |U| - \log_2 (p_i * |U|) = \log_2 (1/p_i)$$

битов информации

Другими словами, сообщение, которое уменьшает размер пространство поиска в $1/p_i$ раз приносит $\log_2 (1/p_i)$ бит информации:

- энтропия бросания «честной» монеты максимальна $p_1=p_2=1/2$ и равна единицы : $1=2*1/2*\log_2 2$
- энтропия бросания «фальшивой» монеты < 1 , т.к. $p_1 \neq 1/2$

Свойство энтропии Шеннона

$$H(X, Y) \leq H(X) + H(Y)$$

$H(X, Y) = H(X) + H(Y)$, если X и Y независимы

$$H(X) \leq H(X, Y)$$

$H(X) = H(X, Y)$, если X однозначно определяет Y

$$H = - \sum_i P_i * \log_2 P_i$$

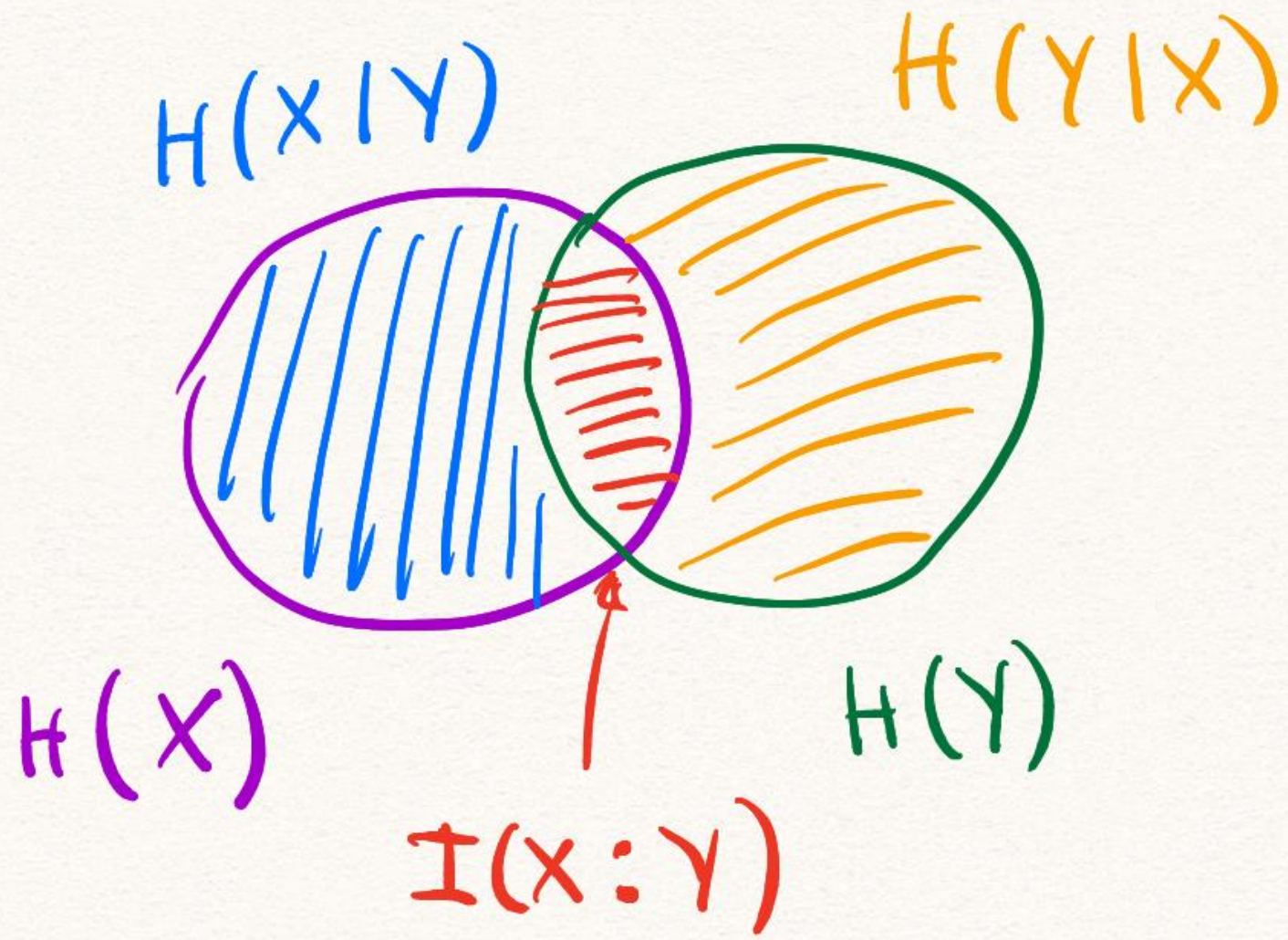
$H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y)$ - условная энтропия позволяет ответить на вопрос, сколько информации приносит величина X , если вы уже знаете величину Y

$H(X|Y) = 0$, если X однозначно определяет Y

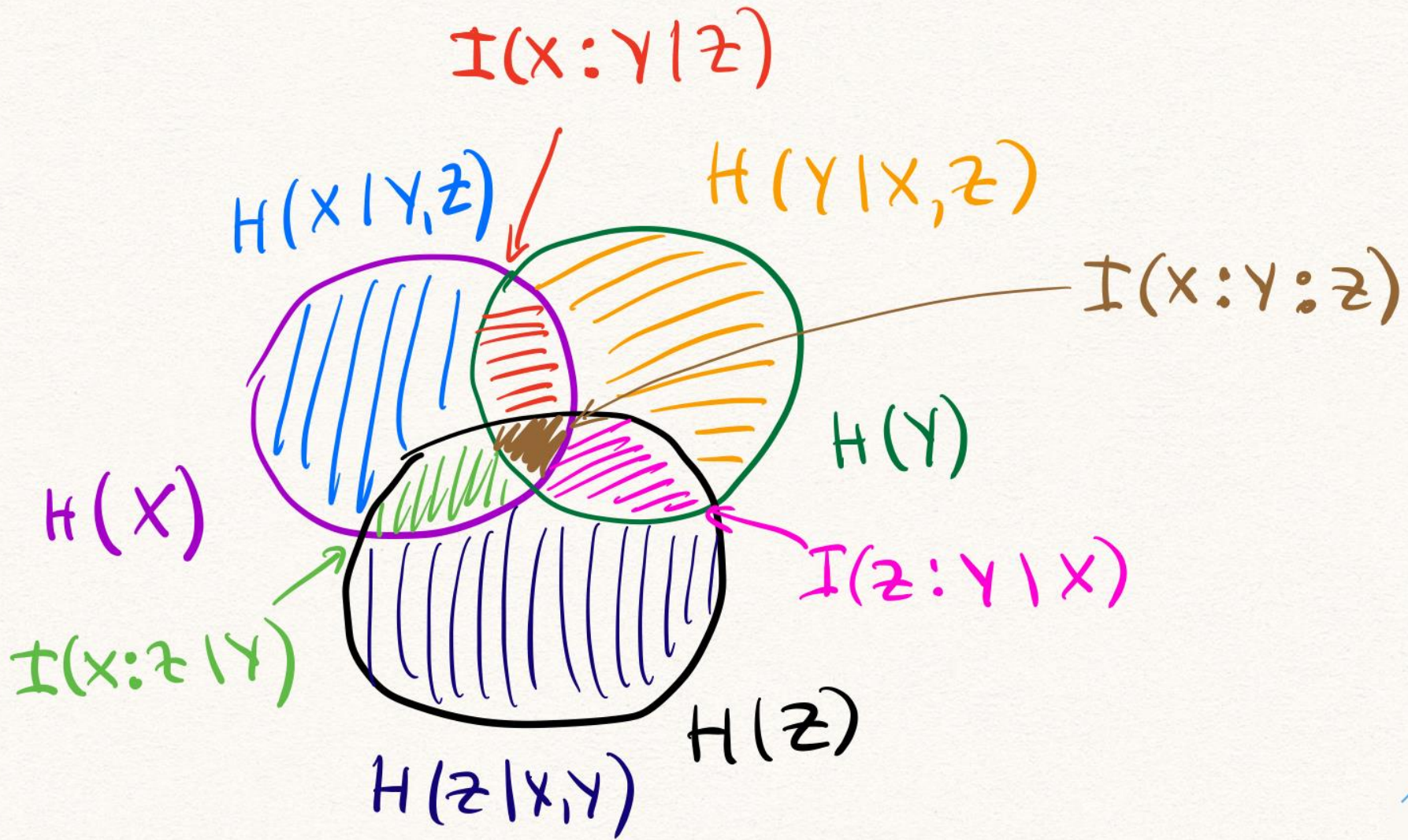
$I(X:Y) = H(Y) - H(Y|X)$ - *взаимная информация случайных величин X и Y*

$$I(X:Y) = I(Y:X) = H(X) - H(X|Y)$$

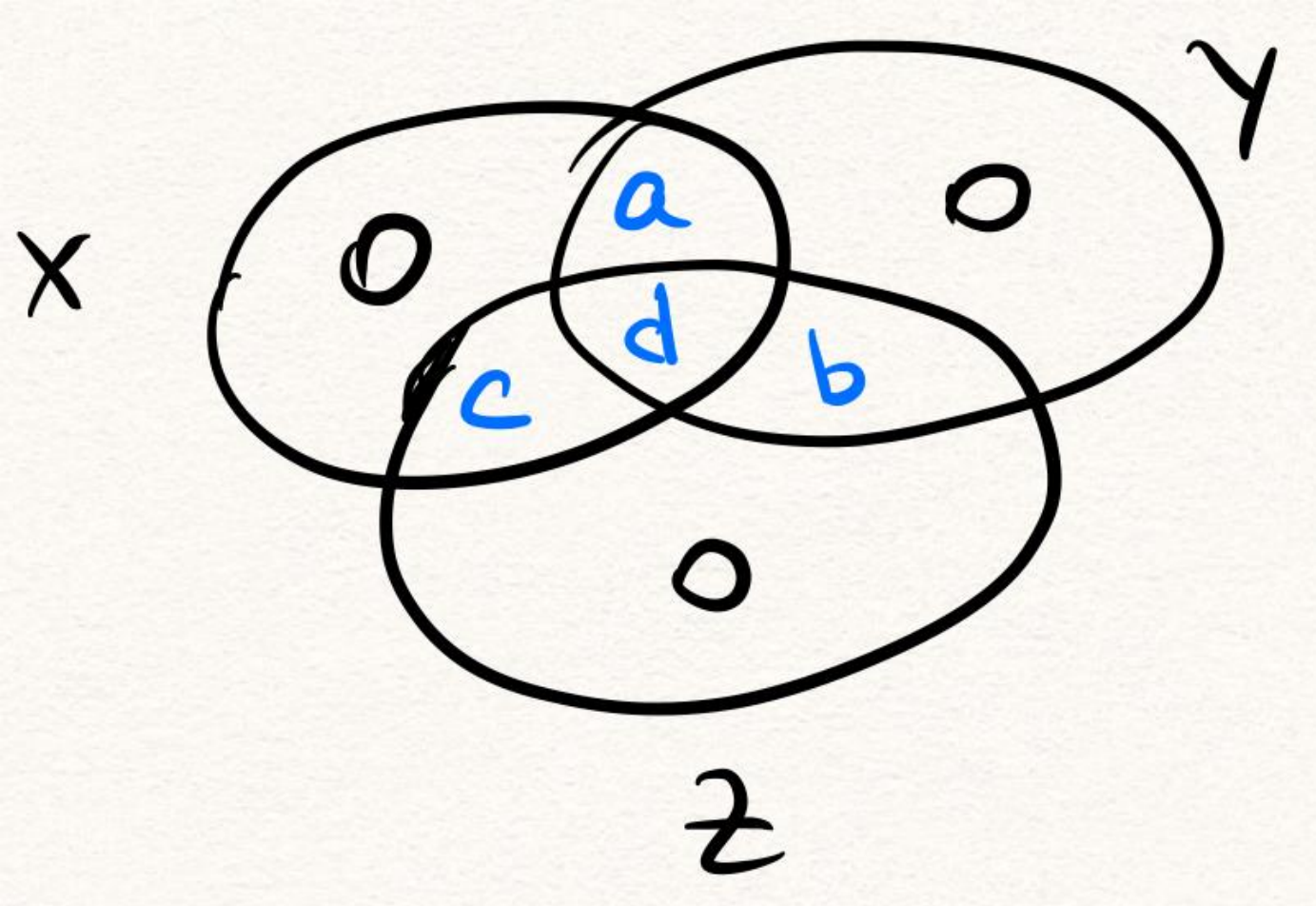
$$I(X:Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$



$$I(X:Y|Z) = H(Y|Z) - H(Y|X, Z)$$



Рассмотрим треугольник в пересечении всех трёх кругов
 $H(X), H(Y), H(Z) \dots$



ЭТОТ
треугольник
соответствуют
взаимной
информации
трёх
случайных
величин
 $I(X:Y:Z)$

Будем рассматривать информацию

- Как меру сообщения
- как компонент сознания
- как атрибут физической (квантовой) реальности

При этом переходя к рассмотрению информационного аспекта происходящего **нужно абстрагироваться от материального аспекта**, понимая, что этот аспект есть, но каков он конкретно, с информационной точки зрения не очень существенно.

Пример

- Отметим, что понятия «знание», и «умение» и «понимание» – это синонимы понятия «информация».
- Например, для чтения книги необходимо выполнить два комплекса условий :
 - наличие каким-либо способом доставляемого текста
 - предварительная подготовленность читателя.
- Условие доставки текста – это требование наличия **сигнала**.
- Условие подготовленности читателя - есть требование наличия **контекста**.

И сигнал, и контекст – следует рассматривать и в материальном, и в информационном аспектах. Итак, **контекст – это информация** о том, как можно интерпретировать сигнал, что позволяет рассматривать его как нематериальную сущность.

Восприятие информации и информация контекста

- Воспринимаемая информация и информация, составляющая контекст – это *разные* информации.
 - так, сюжет книги и знание языка, на котором она написана – это разные знания.
- Когда рассматривается классическая с точки зрения теории информации ситуация передачи данных, в наличии имеется
 - передатчик, «помещающий» информацию в сигнал и приёмник, «извлекающий» из него информацию. Поэтому возникает стойкая иллюзия того, что информация – это нечто, существующее внутри сигнала.
- Но интерпретация специально подготовленного сигнала – не единственный сценарий обретения информации. Например, происходящее вокруг, содержит много информации, которую как бы никто специально не посылал.

Сигнал и отсутствие сигнала: информационные аспекты

- Окружающие нас материальные явления становятся информацией для нас становятся потому, что у нас заранее есть контекст, позволяющий интерпретировать происходящее.
- информацию о том, что ещё ночь и не рассвело, мы извлекаем не из присутствующего физического явления, а из его отсутствия – нет лучей солнца.
- Отсутствие ожидаемого сигнала – тоже сигнал, который можно интерпретировать, но отсутствие контекста не может быть особым «нулевым» контекстом. Если нет контекста, то
 - информации негде возникнуть, сколько бы сигналов не пришло.

Где находится информация – в сигнале или в контексте?

- Если не учитывать контекст, то всю «информацию» сообщения надо поместить исключительно в сигнал и, таким образом, **информацию** материализуют **или реифицировать**.
- Итак, кроме самого **сигнала** надо ещё учитывать **контекст**. Сигнал в этом смысле всего лишь «сырьё», обретающая ценность (смысл, полезность, значимость и информативность) только при рассмотрении сигнала в контексте

Типовые интерпретации :

1. *«Информация может существовать в материальных объектах»*. Например, в книгах.
2. *«Информация может существовать только в головах»*. Это вариант реификации. Однако, понимания того, что происходит в головах, наука пока не выработала,
3. *Сигнал-контекстная модель* объясняет, что если сигнал (например рукопись на столе) не утерян и имеется контекст восприятия сигнала, то информация может быть реифицирована.

Историческая справка

- 250 лет тому назад Иммануил Кант писал о том, что «наше знание (*информация?*) хоть и проистекает из опыта (*сигнал?*), но совершенно невозможно без наличия у познающего субъекта априорного знания (*контекста?*)».
- общность контекста передатчика и приемника при интерпретации информации обеспечивается:
 - наличием общего языка
 - проведением совместной деятельности.

классическая теория информации

Используя обобщённую формулу, по которой вычисляется количество информации (в битах), то можно записать:

$$I = -\sum_n p_n \log_2 p_n \quad (1)$$

где n – количество возможных событий, а p_n – вероятность n -го события. Давайте подумаем, что в этой формуле к чему с точек зрения приёмника и передатчика.

Передатчик может рапортовать, например, о **ста событиях**, из которых первое, второе и третье

имеют вероятность по 20%, а оставшиеся 40% равномерно размазаны по остальным **девятиста семи событиям**.

Нетрудно посчитать, что количество информации в рапорте об одном событии с точки зрения передатчика равно примерно 4.56 бит:

$$I = -(3 \times 0.2 \times \log_2(0.2) + 97 \times (0.4/97) \times \log_2(0.4/97)) \approx -(-1,393156857 - 3,168736375) \approx 4.56$$

Величина 4.56 будет правильным ответом, но только в том случае, если приёмнику интересны все события и ему заранее известны их вероятности

Информация как атрибут сознания

- Если проанализировать, что происходит, когда «мы» читаем книгу, то:
 - Очевидно, имеет место некоторый физический процесс, и некоторые этапы чтения книги удобнее всего описывать именно в физических терминах.
 - Первое, должна существовать бумажная книга как материальный предмет, и должен быть обеспечен некоторый приемлемый уровень ее освещённости.
 - Второе, должна работать оптическая система «глаза», и она должна быть исправна.
- Если, контент книги каким-то способом доставлен в мозг, то очевидно, должна быть материальная составляющая – семантика текста. Нельзя исключить того, что способа отображения сигналов в смысл мы не будем иметь никогда, хотя бы потому, что в разных головах интерпретация сюжета может быть реализован по-разному.

Заключение.

- Специфика информационных процессов, в отличие от материальных, заключается в том, что один и тот же информационный процесс может быть реализован «в материи» принципиально разными способами, но при этом оставаться самим собой. Например, сумму двух чисел можно найти при помощи электронного калькулятора, деревянный счёт, счётных палочек,
- Книгу можно получить в бумажном виде по почте или в электронном виде по электронной почте. Способ реализации, конечно, влияет на многие нюансы, но смысл происходящего остаются без изменений.
- Любая попытка «заземлить» информационный процесс в материальную составляющую («удивление – это не что иное, как внутренняя секреция дофамина», «восторг – не что иное, как внутренняя секреция эндорфинов») сродни тому, как если бы мы сказали, что сложение двух чисел – это не что иное, как перемещение деревянных костяшек по железным направляющим