



Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

КАФЕДРА
ТЕЛЕМАТИКА

Методы исследовательской работы

**Методы, расширяющие
ВОЗМОЖНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ:
от числовой функции к
топологическому отображению
(занятие 7)**

24 марта
2022 г.

Вычисления - это процесс, который реализует **отображение между различными символьными структурами** (доменами). Реализованное отображение может принимать форму

функция,
оператора,
алгоритмы
понимание
или
отношения.

Символьная структура может быть числами и операциями : $3 + 2$ равно 5, а может и нет!!! **Все зависит от.... наличия в системе механизмов, которые аналогичны процессам вычислений и имеют сложностью P (NP)**

Тема лекции: от числовых мер к морфизмам

quod sentimus loquamur

МЫ ЧУВСТВУЕМ, ЧТО ГОВОРИМ

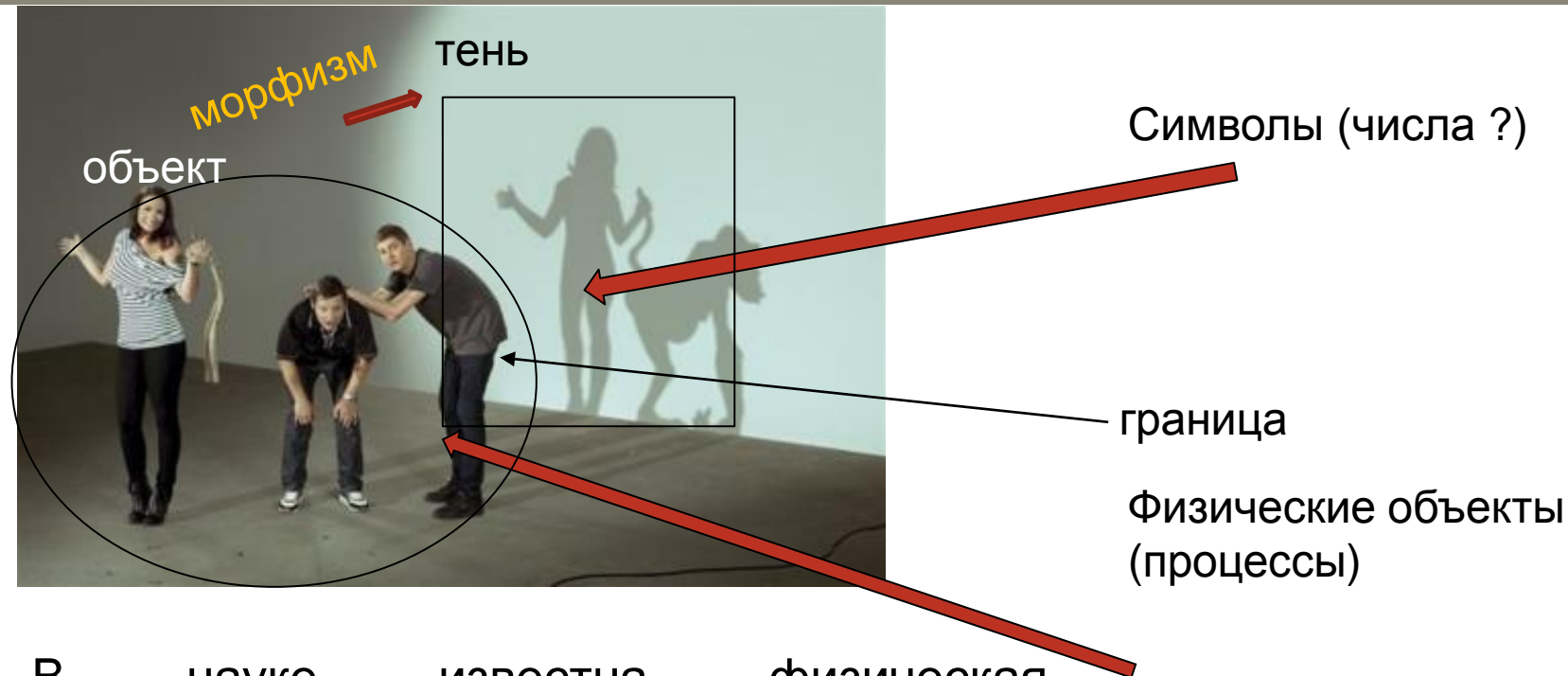
quod loquimur sentiamus

МЫ ГОВОРИМ, ТО ЧТО ЧУВСТВУЕМ

- **Основная гипотеза**, положенная в основу научного анализа данных, заключается в том, что данные «**имеют не только количество, но и форму**» или, другими словами, воспринимаемые данные отражают свойства некоторого непрерывного (несчетного) природного многообразия....
- **С точки зрения математики**, несчетная бесконечность может содержаться в ограниченном пространстве (множестве), например, конечный отрезок $[0,1]$ содержит несчетное число действительных чисел.
- **С точки зрения физики** воспринимаемые данные отражают то, что происходит в уже существующем пространстве-времени, поэтому сами **физические данные можно индексировать, используя**
 - **элементы абстрактного метрическому пространству**, где определены понятие длины, площади и объема
 - **свойства топологического пространства**, в котором определены *качественные* (собственно топологические) свойства такие как непрерывность, размерность, ориентированность, связанность
- **В конечном итоге, любая математическая конструкция** например система координат, не более физическая вещь, чем число «три» или коммутативная группа. Математика не более, чем способ индексирования данных наблюдений, но сам способ по существу может быть вполне произвольный

«Символы» за и против физической реальности

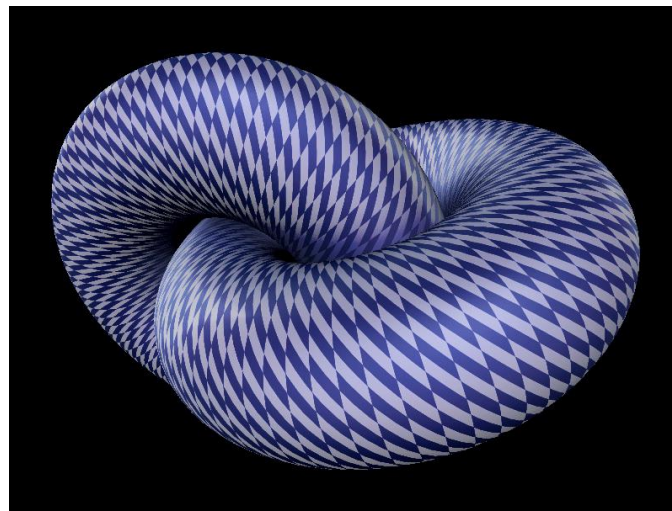
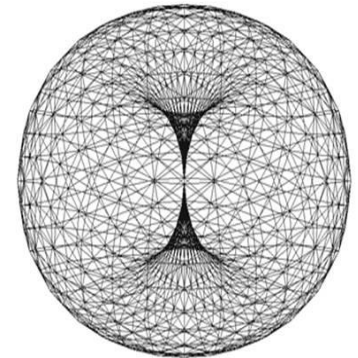
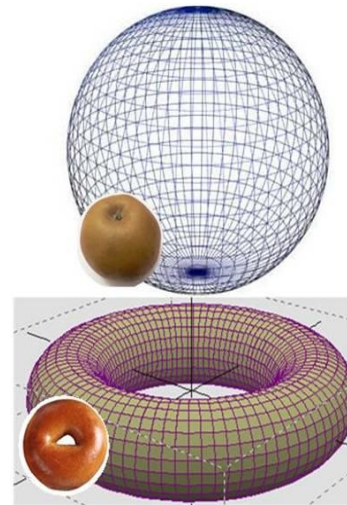
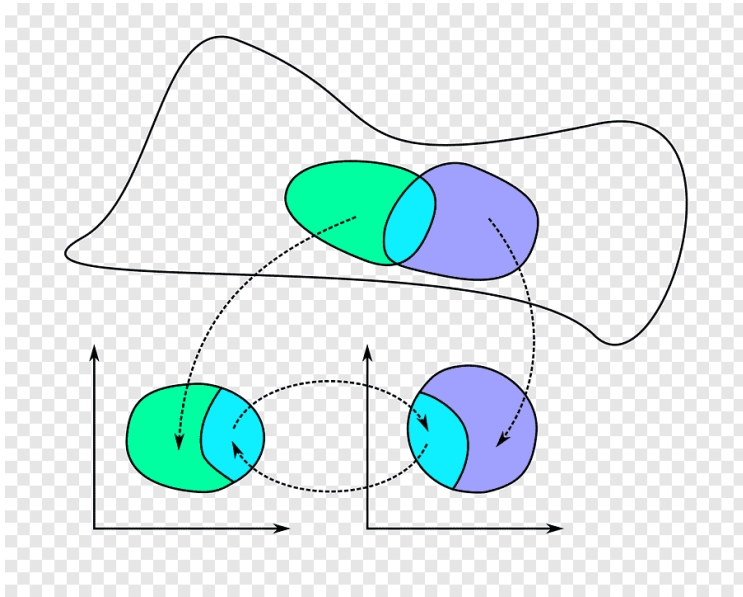
4



В науке известна физическая **НЕВЫЧИСЛИМОСТЬ** «прошлых» состояний термодинамических процессов, но **ПОЛНАЯ ОБРАТИМОСТЬ** во времени и изотропность в пространстве **фундаментальных законов.....**

но до сих пор нет ясности какие математические описания адекватны свойствам физической реальности

Примеры отображений - морфизмов



Понятия, которых нет в компьютерной математике, но есть в топологии и, которые воспринимаются сознанием

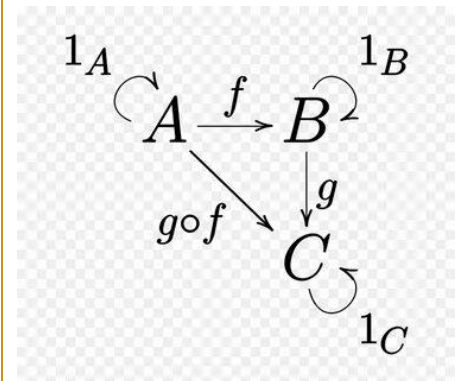
- Компьютерная логика бинарна, а точность представления чисел конечна. Математическая топология не используя чисел, расширяет объяснительные возможности интеллекта, используя такие понятия, как безграничность, бесконечность, непрерывность
- *Безграничность* – это топологическое свойство пространства, указывающее на то, что у него нет границ ни в каком направлении.
- *Бесконечность* – это метрическое свойство, согласно которому можно продвигаться как угодно далеко. Примером безграничного, но не бесконечного пространства является шар. Перемещаясь по шару, мы не встретим никаких границ при своём движении, но это пространство метрически конечно, так как имеет вполне определённую площадь.
 - Пример **бесконечного безграничного** пространства.
Евклидова плоскость. Для топологических характеристик пространства необходимо применять понятия, характеризующие их свойства как
 - замкнутое** (метрический признак «конечное»)
 - «открытое»** (метрический признак «бесконечное»),
 - ориентированное и неориентированное**, а также
 - связанность.**

Формализация: понятия алгебраической системы

- Алгебраическая система – упорядоченная тройка $\langle A, F, P \rangle$, где A – произвольное множество, F – набор операций над элементами A , P – набор предикатов над элементами A .
- Операция на A – $f: A^n \rightarrow A$
- Предикат на A – $f: A^n \rightarrow B$, где B – произвольное множество мощности 2.

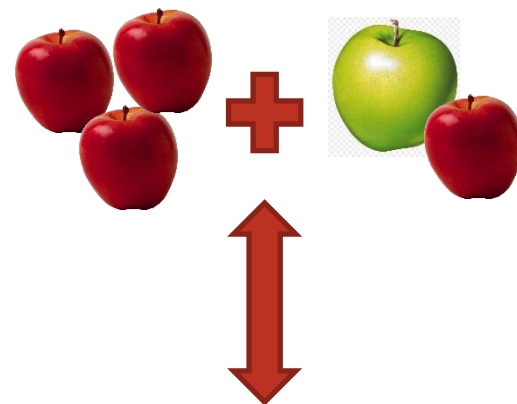
Логико-алгебраические и топологические методы описания и ... объяснения реальности

- Понятие **гомоморфизма** — это морфизм или отображение в категории алгебраических систем, которое сохраняет основные операции и соотношения.
- $f: G \rightarrow H, (g, h) \in G \times H: f \circ g = h \circ f$
- Гомоморфизм в общем смысле- это **любые преобразования выполняемые над объектом** которые могут быть перенесены на модель и результаты выполнены на модели совпадают с преобразованиями, которые выполнены на объекте.
- Гомоморфизм **позволяет перейти от избыточного описания объекта к эквивалентному** и упрощённому описания, адекватному **цели** преобразования.



Частный случай гомоморфизма: Изоморфизм/автоморфизм

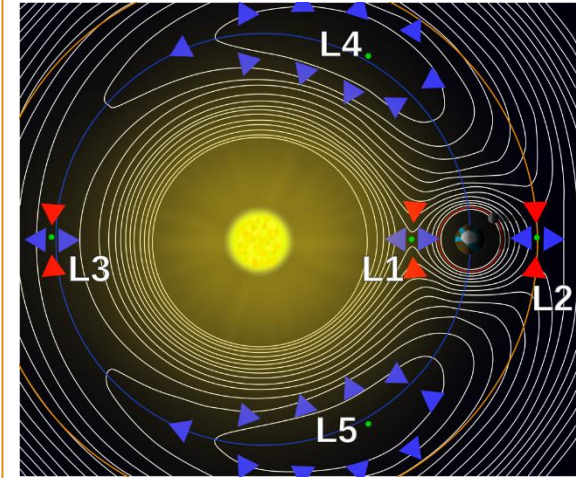
- **Изоморфизм** – симметричный гомоморфизм «в обе стороны».
 - Очевидно, что два изоморфных множества – **тождественно эквивалентны**
- В зависимости от вида преобразования, которая может иметь или не иметь предикат истинности, одна и та же пара множеств может быть изоморфна в \mathbb{R}^2 случае и лишь только гомоморфна в \mathbb{C} другом. Все зависит от выбора предикатов.
- Форма и структура предикатов определена целевой функцией задачи.
- **Автоморфизм** – изоморфное отображение множества, в само себя.

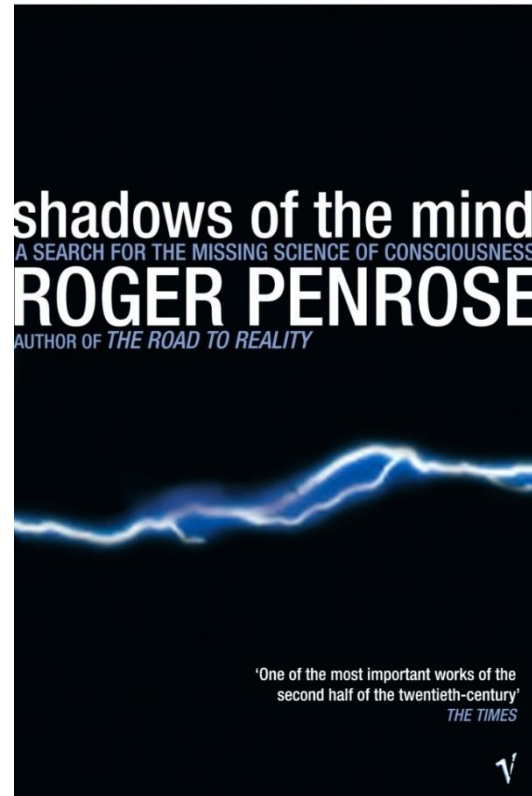


$$\mathbb{R}^2 \equiv \mathbb{C}$$

Факторизация –реализация отношения эквивалентности

- Пусть \sim есть некоторое отношение эквивалентности φ , которое **делит множество элементов A на классы эквивалентности. A/φ** , образуя множество, состоящим из классов эквивалентности. Тогда если $f \circ \varphi = \varphi \circ f$, то отображение A на A/φ с оператором f будет гомоморфизмом.
- Примеры множеств и фактор-множеств
 - арифметика и
 - модульная арифметика,
 - гравитационное поле





quod sentimus loquamur

мы чувствуем, что говорим

quod loquimur sentiamus

мы представляем о чем говорим

математика и компьютерные науки тесно связаны с
передним краем физических исследований
Р. Пенроуз

ВЫЧИСЛЕНИЯ – это работа с числами
СОЗНАНИЕ – это обработка информации

**Существует ли и в чем принципиальная
разница между "обработкой" чисел или
вычислений и обработкой информации
или сознания?**

"Infinitum Actu Non Datur"
Aristotle.

Компьютерные модели: Гомоморфный образ реальности

- Окружающий человека мир континуален, но человек может получить доступ лишь к его гомоморфному образу.
- Причина: погрешность измерения, ошибки вычислений и ограниченность органов чувств.
- На основе непосредственно воспринимаемого образа мира, можно построить изоморфное ему абстрактное представление, которое можно использовать для моделирования, но которое, однако, не будет изоморфно реальной действительности.
- Сложный вопрос – гомоморфизм
 - естественного человеческого языка и свойств мира,
 - мира и формальных математических теорий, которые из-за своей абстрактности между собой могут быть изоморфны.

Интеллектуальные - значит символьные вычисления ! ?

Числа – символы. Слова символы. Как же построить систему искусственного интеллекта ? Пока используется 2 основных подхода к реализации методов искусственного интеллекта (ИИ):

1. **статистическое машинное обучение** (обучение на основе данных, например, научиться отличать кошек от собак, просматривая пиксели множества помеченных фотографий)
2. **символьный ИИ** / логические рассуждения / компьютерная алгебра (например, преобразование уравнения $2y=x$ в $y=0.5x$).

Очевидно, что человеческий интеллект использует оба эти подхода. Одного из них было бы недостаточно для объяснения тех возможностей интеллекта, который продемонстрируют люди.

- **Статистическое машинное обучение** - нейронных сетей
- Символический ИИ - а алгебраические манипуляции с "числами" и логическими переменными

Фундаментальный вопрос в том, как мы можем объединить №1 и №2?

нет трудных задач, а есть задачи, которые
трудны для определенного уровня понимания
того, как использовать полученные результаты
.....

тезисы.

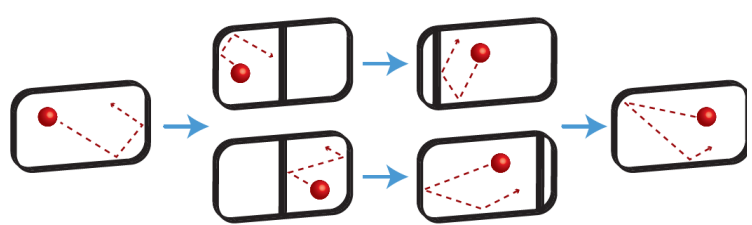
- **Интеллектуальные вычисления** непосредственно способны манипулировать физическими сущностями как абстрактными символами, свойства которых непосредственно связаны с энергией и материей.
- **"Входы" систем интеллектуальных вычислений** представляются в виде физических сущностей (действия), а выход может быть либо в виде абстрактного символа, либо в виде физического действия или даже обоих этих действий.
- **Вычислительная теория ИИ** должна использовать специфический язык, описывающий процесс **уменьшения энтропии среды посредством процесса объяснения.**

Какова природа " числа мысли", которое участвует в интеллектуальных вычислениях

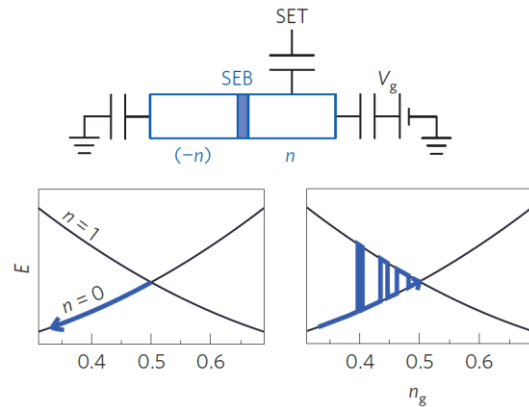
- Человек разрабатывает ментальную модель мира на основе того, что он способен воспринимать своими ограниченными органами чувств или неограниченным ресурсом способности к интеллектуальным вычислениям.
- Понимание механизма способности мозга к вычислениям является, пожалуй, самой фундаментальной задачей для современных ученых.
- Ментальная модель физической реальности:
 - образ окружающего мира - это всего лишь модель разума.
 - В сознании одного человека не уместить весь мир, только избранные понятия, и отношения между символической формой знания и природной системой

Экспериментальные реализации: превращение информации в работу

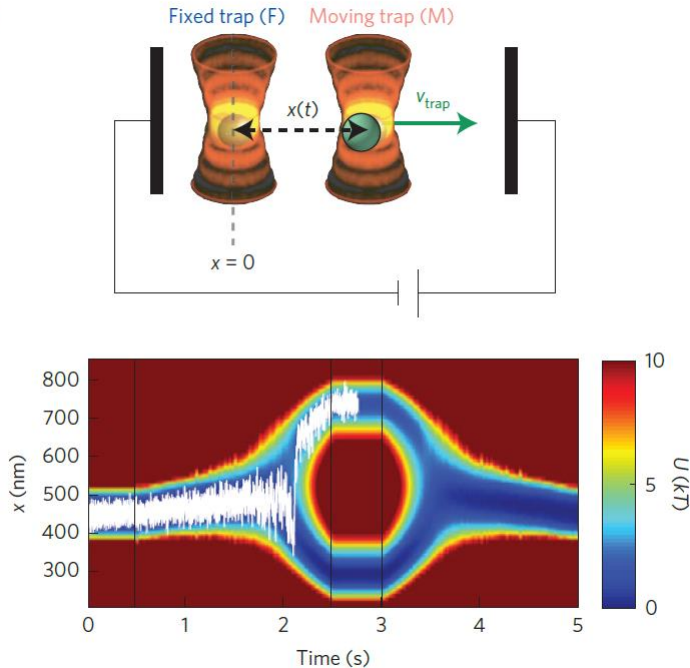
Двигатель Силарда - перегородка вставляется в коробку, содержащую одну молекулу и окруженную тепловым резервуаром. созданию технологии охлаждения без движущихся частей механизма



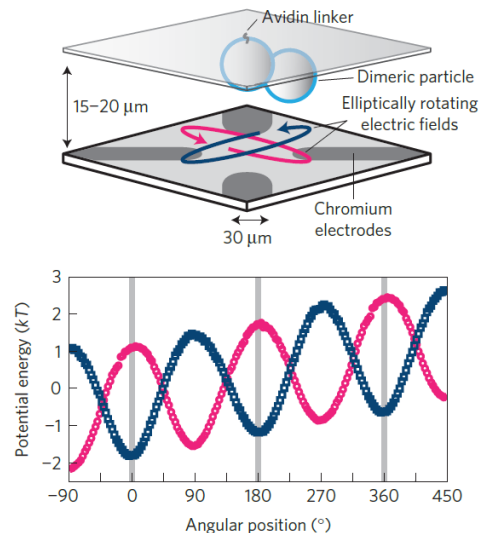
b



c



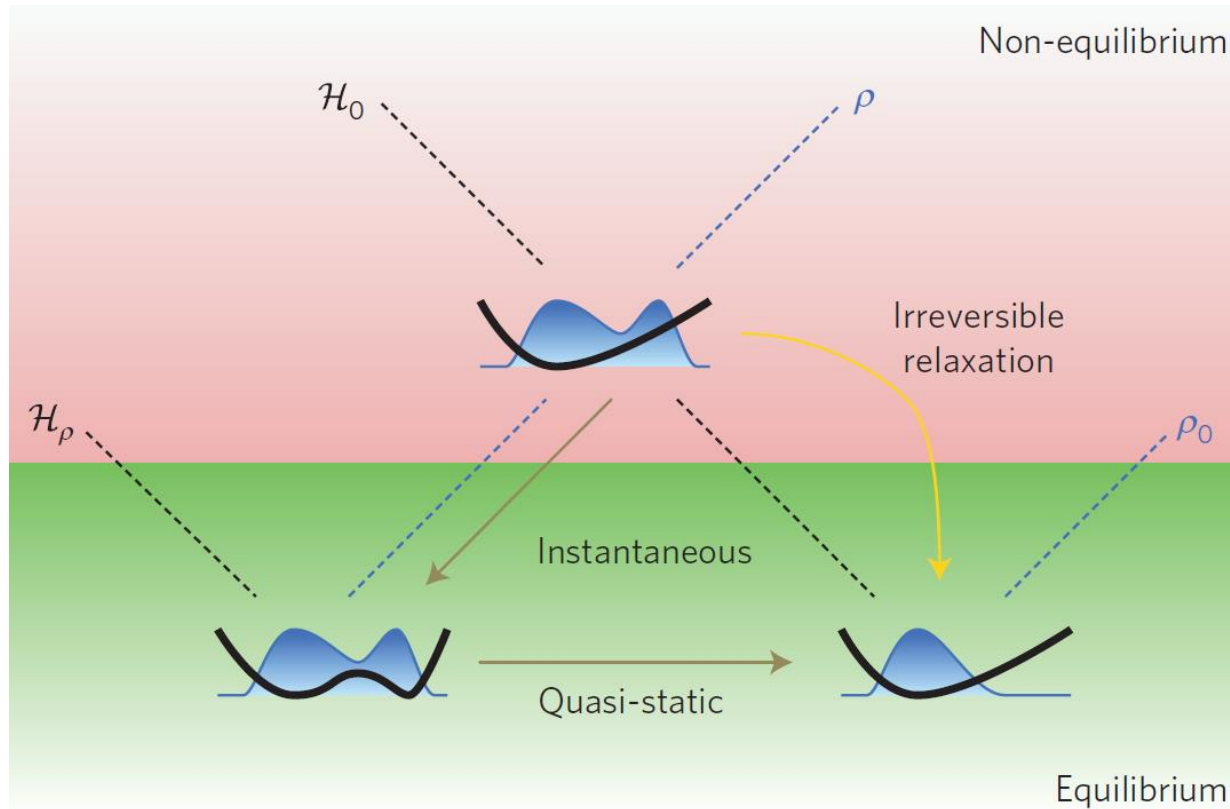
d



Если у вас есть 1 бит, с которым можно “поиграть”, то его энтропия пропорциональна **логарифму двух**, поскольку **бит** имеет **два** **ВОЗМОЖНЫХ** **СОСТОЯНИЯ**

Информация и второй закон термодинамики:

Неравновесная свободная энергия - «информационная работа»



физический смысл
неравновесной
свободной энергии:
как перевести систему из
неравновесного
состояния в
равновесное...

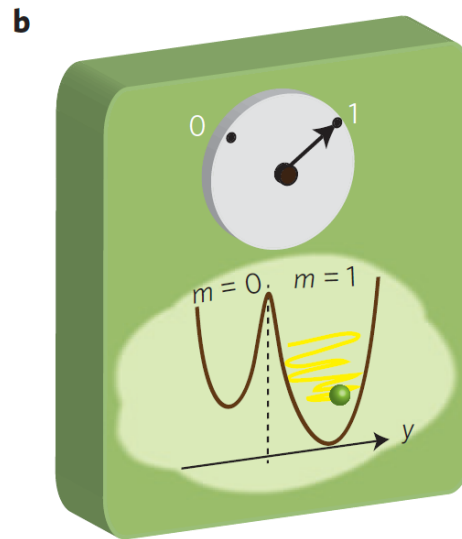
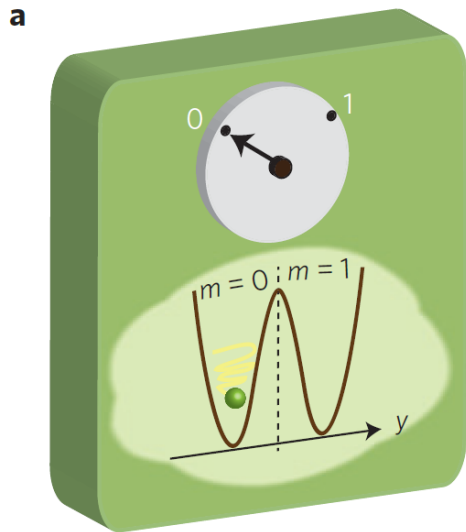
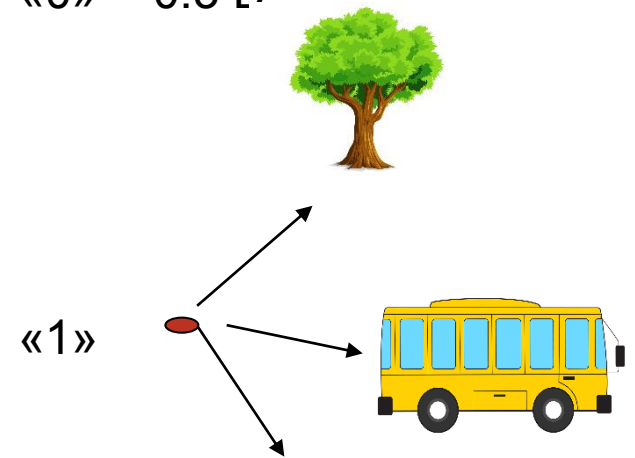
энтропия Шеннона
совпадает с энтропией
равновесия для
канонических
равновесных состояний

МОДЕЛЬ ПАМЯТИ МОЖЕТ БЫТЬ КАК СИММЕТРИЧНОЙ, ТАК И АСИММЕТРИЧНОЙ

Отображение символа в микро процессорах:

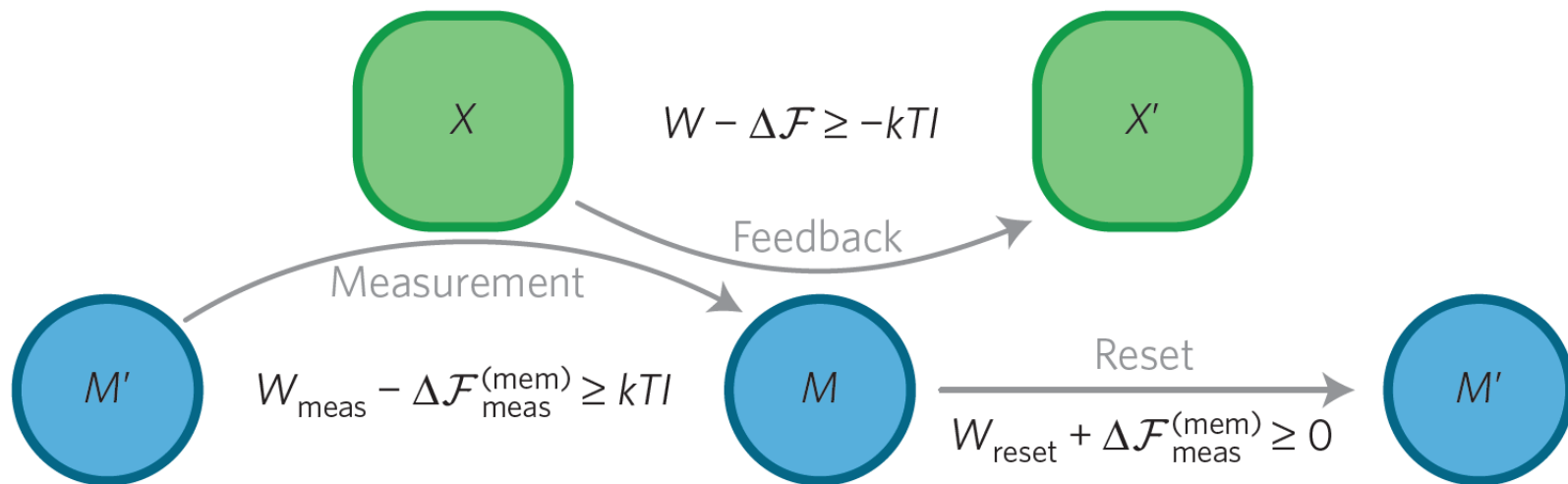
«1» = 3 В

«0» = 0.3 В



Измерение - это термодинамический процесс, в котором изменяется состояние памяти от $M_0 \rightarrow M$ для получения информации I о системе X .

19



новая теоретическая основа: информационные резервуары рассматриваются наравне с другими термодинамическими системами

- Фундаментальные вопросы о свойствах информации, возможностях вычислений и «термодинамики» текстов и топологического пространства понятий находятся в стадии интенсивных разработок, в частности, это попытка понять совпадение направлений термодинамической и психологической стрел времени
- Понимание субъективности энтропии является основой общей теории информации
- Различные термодинамические явления, такие как возникновение энтропийных сил, связаны с точностью представления чисел в компьютерах и возможностях решения проблемы сложности вычислений - один из приоритетных методов исследований современных компьютерных наук