



Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

КАФЕДРА  
ТЕЛЕМАТИКА

# Методы исследовательской работы

## «шахматная доска» природы (занятие 5)

---

3 марта  
2022 г.

# Какие вопросы обсуждали на прошлой лекции

- В чем суть «интеллектуализации» вычислений и где на это взять ресурсы ??? - : ( суть - за «границами формальной постановки задачи)
- **Что такое исследования - или** представленная, ссылаясь на которые можно сделать рациональные (логически целостные) заключения, используя систему суждений в рамках соответствующей **ОНТОЛОГИИ**.
- **Знание** – это отношения между понятиями, которые включают в себя :  
интенциональное описание проблемной области (прикладная онтология – описание проблемной области),
  - интенциональное описание ситуации (онтология текущей ситуации),
  - экстенциональное описание ситуации (контекст использования) и вытекающее из него множество возможных решений

## Напоминание 1: «Реальность vs виртуальность»

Из соотношения неопределенности Гейзенберга следуют радикальные выводы:

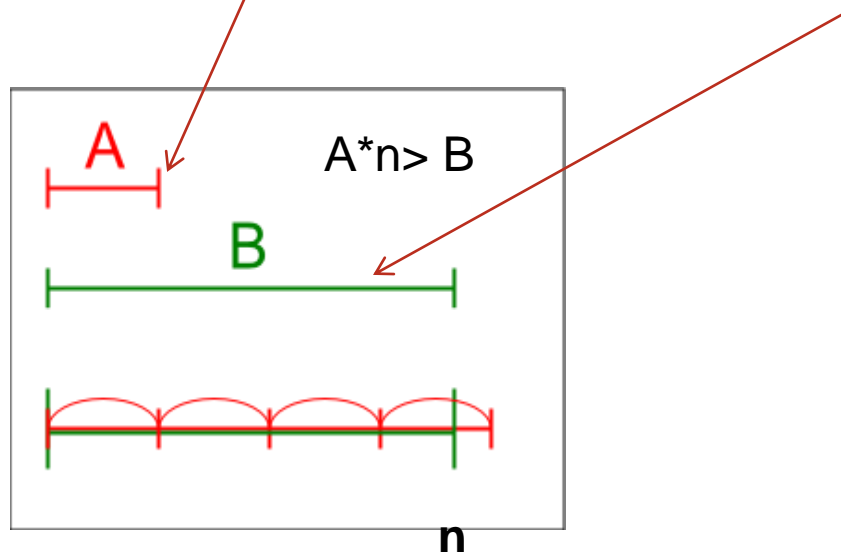
- существуют «виртуальные» объекты физической реальности, которые не могут быть зарегистрированы-измерены классическими измерительными приборами, например, счётчиком элементарных частиц, но только с «их помощью» возможно «физически» объяснить процессы переноса энергии и законы сохранения.
- Виртуальные процессы, которые происходят **в промежутки времени порядка  $10^{-24}$  сек**, и в силу соотношения неопределенности, для энергии и времени такие процессы **принципиально не могут наблюдаться**.
- Виртуальные частицы и процессы «ненаблюдаемы», образуя «**вакуум**» физической реальности, которые **сейчас составляют в «научную модель мира»**.

## Напоминание 2: «Домашнее задание» - рассмотреть «топологические инварианты» формы поверхности

- 1. Числа Бетти** — последовательность инвариантов топологического пространства. Каждому пространству соответствует некая последовательность чисел Бетти. Нулевое число Бетти совпадает с числом связных компонент..
- 2. Функцию Морса** — гладкую функцию на многообразии, имеющая невырожденные критические точки. Функции Морса возникают и используются в как основной инструмент дифференциальной топологии.
- 3. Фактор-множество** — множество всех классов эквивалентности для заданного отношения эквивалентности. на множестве. Разбиение множества на классы эквивалентных элементов называется его факторизацией.

## Напоминание 3: Аксиома Архимеда

**Аксиома Архимеда** : если даны отрезки  $A$  ( масштаб) и  $B$  ( объект измерения) , то можно отрезок  $A$  отложить несколько раз так, что сумма будет равна или «немного» превосходить отрезок  $B$  ,



Утверждение: ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ физической реальности архимедово то есть **одномасштабно**, гладко, «делимо» и «однородно». На языке математики аксиома Архимеда утверждает буквально следующее: **В природе не существует бесконечно малых и бесконечно больших величин.**

# Обсудим ПРИНЦИП «шахматной доски»



Благодаря «сепарабельности» и счетной аддитивности, т.е. возможности разделения окружающего «пространства-время» на классы эквивалентности, или фактор-множества (например, черные/белые клетки) можно выделить **конечное всюду плотное** подмножество состояний, компоненты которого можно рассматривать как **пределы последовательности элементов, входящих в счётное множества**, образующего базис реальности, замкнутый относительно энергетических инвариантов (альтернатива – «кинореальность»).

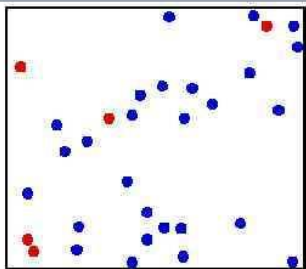
Для описания **базиса** подходят различные «цифровые меры», которые выражаются через рациональные или вещественные числа (всякое вещественное число можно представить в виде предела **последовательности из рациональных чисел**) Такая «цифровая» реальность порождает явления, которые можно наблюдать (измерять с помощью приборов-инструментов) получая **информацию** о том, какими характеристиками явление обладает.

# «Два цвета» на шахматной доске природы... «материя-информация»

## Виды материи

### Вещество

Его структурой является множество составных частиц



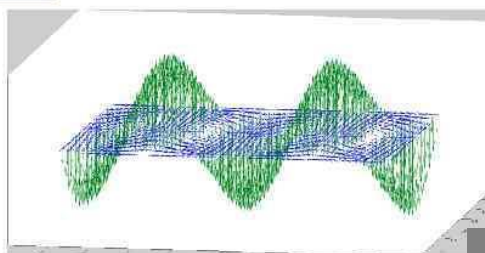
Броуновское движение молекул

Материальные объекты неясной физической природы

Тёмная материя  
Тёмная энергия

### Поле

В отличие от вещества, не имеет внутренних пустот, обладает абсолютной плотностью



Электромагнитное поле

Можно не только переставлять по правилам фигуры, но и «переставлять правила»

Математическая основа игры на такой шахматной доске: **теория категорий**

## Виды информации

По способу восприятия

- визуальная
- аудиальная
- тактильная
- обонятельная
- вкусовая

По форме представления

- текстовая
- числовая
- графическая
- музыкальная
- комбинированная

По общественному значению

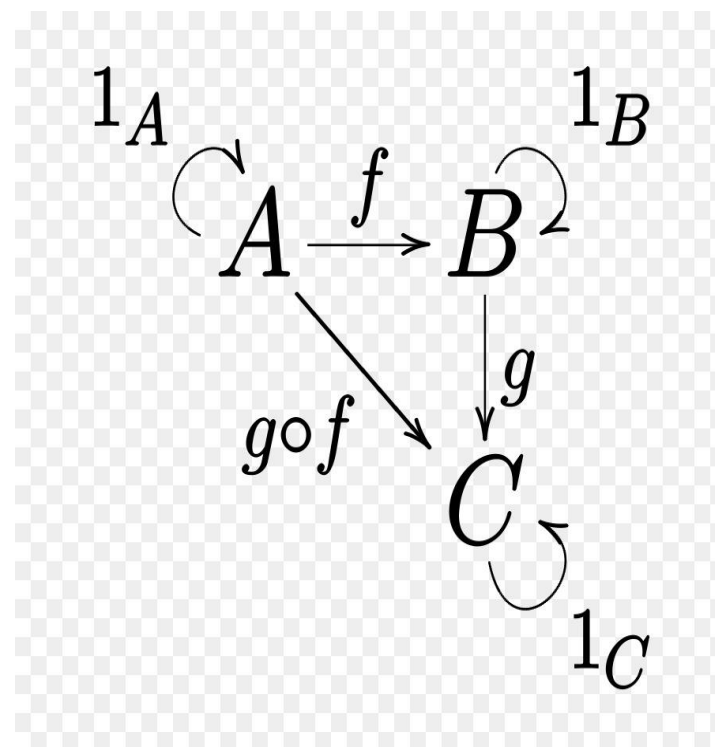
- массовая(обыденная, Общественно пол-я)
- Специальная(научная, производственная)
- личная(знания, умения)

# Что такое Теория категорий

Раздел математики, изучающий свойства отношений между математическими объектами, не зависящие от внутренней структуры объектов.

Категория — простая концепция. Ее суть в том, что есть функция (морфизм)  $f$ , которая принимает аргумент типа  $A$  и возвращает значение типа  $B$ . Есть другая функция (морфизм)  $g$ , которая принимает  $B$  и возвращает  $C$ . Эти операции образуют композицию из  $f$  в  $g$ . Композиция ассоциативна. Если у вас есть три морфизма,  $f$ ,  $g$  и  $h$ , которые могут быть составлены (то есть, их типы согласованы друг с другом), вам не нужны скобки, чтобы составить их. Математически, это записывается так:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f = h \circ g \circ f$$





Имеется класс объектов , обозначаемый как  $Ob_c$  ;

Для каждой пары объектов  $A, B$  из этого класса  $Ob_c$  задано множество морфизмов (или стрелок), которые обозначаются как

$Hom_c(A, B)$ , причем каждому морфизму соответствуют единственные  $A$  и  $B$

Имеется единичная стрелка объекта  $A$ , которая называется  $id_A$

Монáда — особый тип данных в языках программирования, для которого возможно задать последовательность выполнения операций над хранимыми значениями.... с побочными эффектами (например, с помощью функциональных языков можно осуществлять императивные операции)

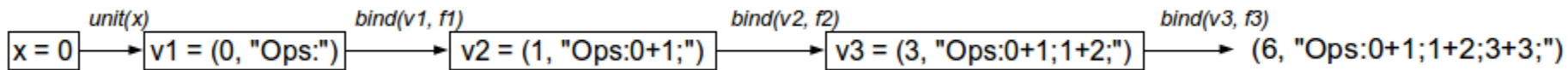
$$\begin{array}{ccc} \Phi(X) & \xrightarrow{\Phi(f)} & \Phi(Y) \\ \eta_X \downarrow & & \downarrow \eta_Y \\ \Psi(X) & \xrightarrow{\Psi(f)} & \Psi(Y) \end{array}$$

Допустим, у нас есть три унарные функции:  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ , принимающие число и возвращающие его увеличенным на 1, 2 и 3 соответственно. Также каждая функция генерирует сообщение, представляющее собой отчёт о выполненной операции.

```
def f1(x): return (x + 1, str(x) + "+1")
def f2(x): return (x + 2, str(x) + "+2")
def f3(x): return (x + 3, str(x) + "+3")
```

Надо объединить их в цепочку для обработки параметра  $x$ , иначе говоря, мы хотели бы вычислить  $x+1+2+3$ . В идеале, программа должна выглядеть как простая цепочка функций, вроде  **$f_3(f_2(f_1(x)))$** . К сожалению, типы данных, возвращаемых  $f_1$  и  $f_2$ , не соответствуют типам параметров  $f_2$  и  $f_3$

Следующая диаграмма показывает вычислительный процесс, происходящий при  $x=0$ , где  $v1$ ,  $v2$  и  $v3$  – значения, полученные в результате вызовов `unit` и `bind`



Функция `unit` преобразует входной параметр  $x$  в кортеж из числа и строки. Функция `bind` вызывает функцию, переданную ей в качестве параметра, и накапливает результат в промежуточной переменной  $t$ . Теперь если появится функция `f4`, мы просто включим её в цепочку:

```
bind(f4, bind(f3, ... ))
```

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика»

Ю. А. ГАСТЕВ

## ГОМОМОРФИЗМЫ И МОДЕЛИ

Логико-алгебраические аспекты  
моделирования

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1975

**Морфизм** - морфизм представляет собой сохраняющее структуру **отображение** одной математической структуры в другую того же типа

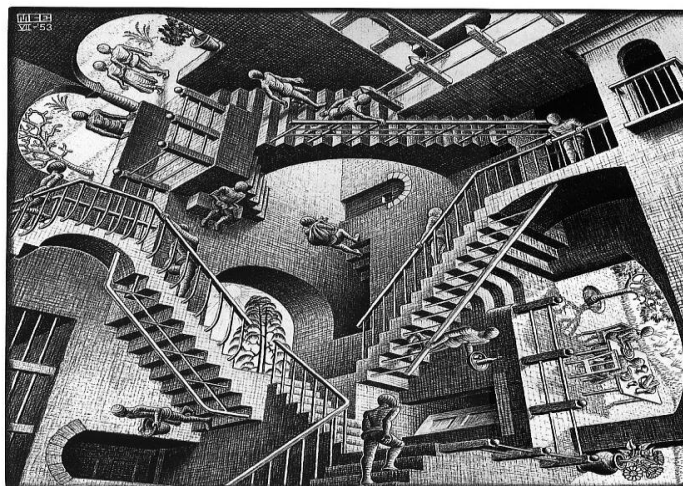
**Изоморфизм** (от греч. ἴσος - равный, одинаковый и μορφή - форма) - **отношение** между объектами, выражающее в некотором смысле тождество их структуры (строения)

**Гомоморфизм** — это морфизм в категории алгебраических систем, то есть **отображение** алгебраической системы  $A$ , сохраняющее основные операции и основные отношения.

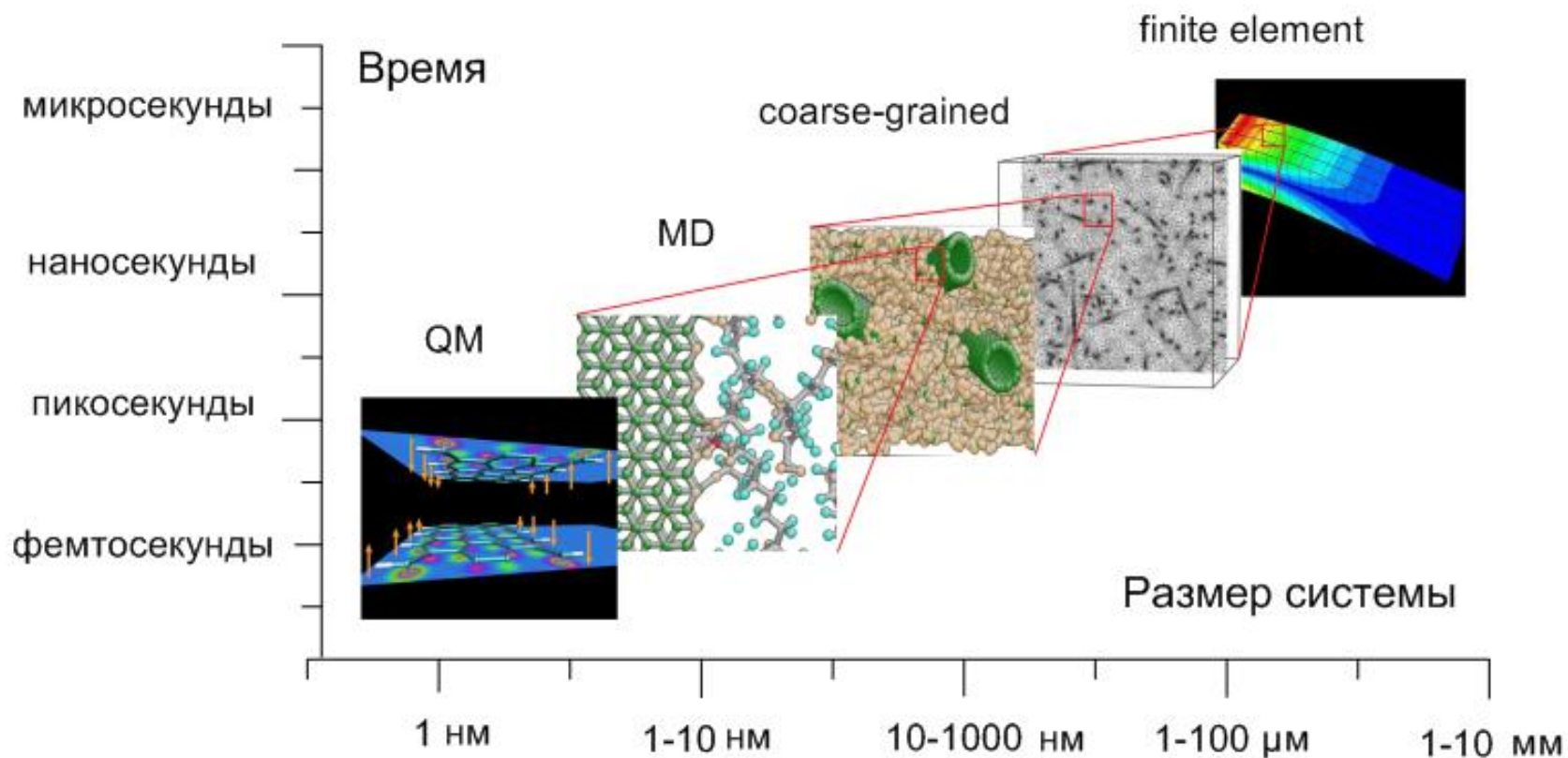
**Модель** (от лат. modulus — «мера, аналог, образец») — это упрощенное **представление** реального устройства и/или протекающих в нем процессов, явлений.



Феномен **самореференции (self-reference)**, - это «наведенное» (индуцированное) свойство, возникающее в сложных системах наделенных **strange loop** или циклической структурой, которая проходит через несколько уровней иерархии целостной системы и попадает в исходную точку (Эшер: moving only up or down the levels of the hierarchical system, **one** finds oneself where **one** began).



# Отношение «время протекания процессов – масштаб системы»



# Основная проблема компьютерных наук – сложность описания свести к сложности вычислений

Суть проблемы – определить сколько и каких базовых вычислительных операций требуется для решения задачи ?

Пример: сложность решения задача «коммивояжера» - который должен посетить  $n$  городов.

Формальное точное решение требует  $n!$  Операций

Нужно ли нам на практике «точное решение» ?

Если  $n=49$  , то число операций  $>$  числа атомов во Вселенной.

Варианты сложности вычислительных задач:

- 1) Полиномиальное «время» (от размерности)  $\rightarrow n^3, n^7, \dots$
- 2) Экспоненциальное «время»  $\rightarrow 2^n, n! \dots$

# Сопутствующие проблемы

- **Редукция** - выявление условий, при выполнении которых появляется возможность использовать для решения полиномиальные алгоритмы
- **Эффективность** - сокращение объема используемой памяти, параллельность процессов вычислений,.....
- **Аппроксимация** - поиск приближенного ответа, который оптимален “most of the time and cases”,
- **Рандомизация** - разработка вероятностных алгоритмов поиска решений, протоколов, моделей или оценок.



- Класс  $P$  - сложно решить, легко проверить ( быть творческим)
- Класс  $NP$  - легко решить , сложно проверить ( оценить творчество )

Если удастся доказать, что « $P = NP$ » , то это будет эквивалентно тому, что всегда можно найти «удовлетворительное» решение прикладной задачи за полиномиальное время

# Приоритетная задача - поиск «удовлетворительного» решения

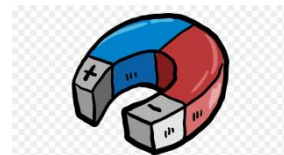
**Дано:** множество «ограничений»

**Требуется:** вычислить  $n$ -bit слово, которое кодирует «решение» и, которое удовлетворяет всем этим ограничениям

«Решение», должно быть таким, чтобы его можно было **легко проверить** на «удовлетворение заданным ограничениям»

Пример задачи, которую трудно решить: «поиск иголки в стогу сена»

- Почему «трудно» ?
- Как можно радикально «облегчить» поиск ?



# Поиск «удовлетворительного» решения - задача Boolean

## Satisfiability

Формализация задачи: сведение задачи к разрешимости предиката

$$F = (A + B + C) \cdot \overline{(D + F + G)} \cdot \overline{(A + G + K)} \cdot \overline{(B + P + Z)} \cdot (C + \overline{U} + \overline{X})$$

где  $A, B, C, D, \dots, X$  – логические переменные,  $F = \{1, 0\}$

Вопросы:

- Имеется ли «простой» алгоритм поиска «satisfying assignment»?
  - Что делать, если переменных будет не 3, а 100 или 1000?
    - Сколько «времени» надо затратить, чтобы найти «удовлетворительное назначение» и .... **как такое решение закодировать** с помощью булевых переменных?

# Если все таки $P = NP$ , то

Это будет научная «революция» 5.0

- Доказательство любых математических теорем может быть найдено за полиномиальное время
- Любые последовательности (кодовые образцы) в множестве экспериментальных данных могут быть найдены за полиномиальное время от длины рассматриваемой последовательности данных
- Проблем Искусственного Интеллекта будут иметь полиномиально- эффективные алгоритмы.

«Арсенал» современных компьютерных наук:  
программирование, вычисления машинное обучение

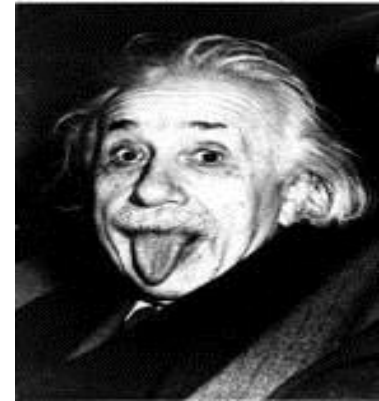
$P=NP$  или:

Можно ли научиться решать сложные задачи?

Как научиться хорошо играть в шахматы ?

Может ли робот

«обучится» до...



С чем связать процесс обучения - с навыками выполнения отдельных операций, следование алгоритму или практическим опытом ?

# Темы для доклада: утверждения о сложности как мере физической целесообразности

(A. Yao) Computational complexity of physical theories (e.g., general relativity)?

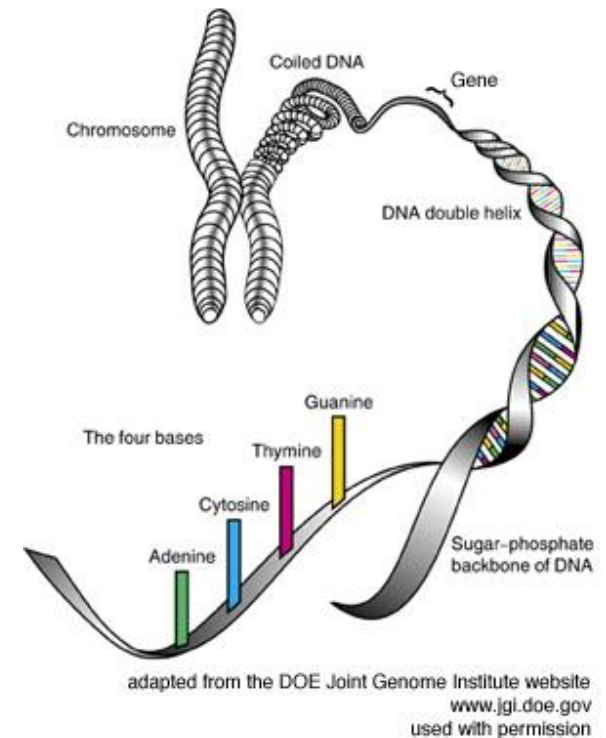
(Denek and Douglas ): Computational complexity as a possible way to choose between various solutions (“landscapes”) in physical theory.

# Пример: Вычислительная сложность физических проблем

расшифровка генома (long sequence of A,C,T,G)

## Метод:

- Extract many random fragments of selected sizes (2, 10, 50 150kb)
- For each fragment, read first and last 500-1000 nucleotides (*paired reads*)
- Вычислительно собрать геном из парных считываний.



Новое понятие - Наука, основанная на алгоритмах  
или "Algorithm driven science"

# Аксиомы «новой науки»

*Аксиома 1:*

если **вероятность** обнаружить частицу в состоянии  $|k\rangle$  **равна 1**, то частица **действительно** находится в состоянии  $|k\rangle$ .

*Аксиома 2:*

любое унитарное (обратимое) преобразование можно «воплотить» в виде физического устройства.

*Аксиома 3 (об отсутствии скрытых параметров):*

если система находится в состоянии, которое описывается волновой функцией - набором независимых физических величин, задающих вектор **состояние системы**, то вся информация о результатах измерений содержится в векторе состояния этой системы.

*Аксиома 4:*

невозможно передать информацию от одной системы к другой без физического взаимодействия, скорость которого не больше **c** в вакууме.