



Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

КАФЕДРА
ТЕЛЕМАТИКА

Методы исследовательской работы

Числа как «тени реальности» (занятие 4)

24 февраля
2022 г.

Что обсуждали на прошлой лекции - «информационное» вмешательство в физику

Что известно:

Если **информация** включается в общее **описание системы**, то оказывается, что

- Одна и та же система **имеет различные физические свойства** в зависимости от имеющейся информации (в одном случае она способна совершить работу, в другом – нет)
- Мера **информации** оказывается согласованной физическими **понятиями энергии и энтропии**, а «любая **неслучайная** комбинация битов» может быть использована для **производства работы**.
- Информация, как атрибут объекта, наравне с объективными физическими параметрами (длина, площадь масса, вес...) должна учитываться в моделях взаимодействия этого объекта с внешней средой.

Такая точка зрения позволяет найти ответ на вопросы: 1) **какую «полезную работу» совершает вычислительная система** и 2) **почему при ее функционировании выделяется тепло ? ? ?**

«Домашнее задание» - рассмотреть «топологические инварианты» формы поверхности

- 1. Числа Бетти** — последовательность инвариантов топологического пространства. Каждому пространству соответствует некая последовательность чисел Бетти. Нулевое число Бетти совпадает с числом связных компонент..
- 2. Функцию Морса** — гладкую функцию на многообразии, имеющая невырожденные критические точки. Функции Морса возникают и используются в как основной инструмент дифференциальной топологии.
- 3. Фактор-множество** — множество всех классов эквивалентности для заданного отношения эквивалентности. на множестве. Разбиение множества на классы эквивалентных элементов называется его факторизацией.

В чем суть «интеллектуализации» вычислений и где на это взять ресурсы ???

Пример 1. Пусть имеются два «сообщения»:

S1: $1+2=3$

S2: $1+2=0$

Вопрос: Какой объем информации эти сообщения содержат (какой объем информации можно извлечь из этих сообщений "в рамках применимости ее основных концепций« теории информации?

Формально:

1. Если **вероятность** того, что **$1+2$ равно три** есть «достоверность», то объем информации по Шеннону в сообщении $I(S1) = 0$.
2. Если вероятность того, что **$1+2$ равно нулю** есть «вероятность ошибки в работе процессора», то объем информации по Шеннону $I(S2) > 0$.

Интеллектуально: (значит за «границами формальной постановки задачи)

1. энтропия Шеннона считается одним из самых важных понятий в науке, поэтому, если считать, что вероятность того, что **$1+2 = 0$** , есть «достоверность», то
2. результат вычислений представлен **в троичной системе счисления**.
Объяснение, что в сообщении система счисления м.б. **троичная**, это ... «интеллектуальное дополнение», которое «извлекается» из тезауруса приемника. **Для реализации такого дополнения нужен дополнительный ресурс.**

Пример: использования понятий «информация», «энтропия» и «энергия»

Вход		Выход
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Вход		Выход
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Количество информации по Шеннону $I = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$

Пусть на входе электронного устройства - «гейта» имеется 4 **равновероятных** состояния

Тогда, **входная** информационная емкость (энтропия) гейта $I_{in} = 2$ бита

На выходе гейта: состояние 0 появляется с вероятностью $3/4$, а состояние 1 - с вероятностью $1/4$

Выходную информационную емкость гейта можно оценить так: $I_{out} = -[(3/4)\log_2(3/4) + (1/4)\log_2(1/4)] =$
 $= -[(3/4)\log_2 3 - (3/4)\log_2 4 - (1/4)\log_2 4] =$
 $= - (3/4)\log_2 3 + 2$

Информация в гейте **теряется на величину**: $(I_{in} - I_{out}) = 2 - (- (3/4)\log_2 3 + 2) = 1.1887$ бит, **Величина** энергии, которая **рассеивается** вычисляется формуле Ландауэра (потеря 1 бита рассеивает $Q = kT \ln 2$), поэтому

$$\Delta E = kT \ln 2 \cdot (I_{in} - I_{out}) = kT \ln 2 \cdot (3/4) \log_2 3 = 0.824 kT$$

Пример 2: почему маленькие числа в маленьких степенях становятся больше? требует интеллектуального дополнения.

Рассмотрим выражение $x^x - x$

$$(*) \frac{d}{dx}(x^x - x) = x^x(\ln x + 1) - 1$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(x^x(\ln x + 1) - 1) &= \\ &= x^x \left(\frac{1}{x} + (\ln x + 1)^2 \right) > 0, x \geq 0 \end{aligned}$$

Тогда график (*) возрастает. Единственный корень исходного выражения $x=1$.

$$\min(x^x - x) = 1^1 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^x - x \geq 0 \Rightarrow x^x \geq x$$

Рассмотрим

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x = \lim_{x \rightarrow 0} (e^{\ln(x)})^x = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \cdot \ln x}$$

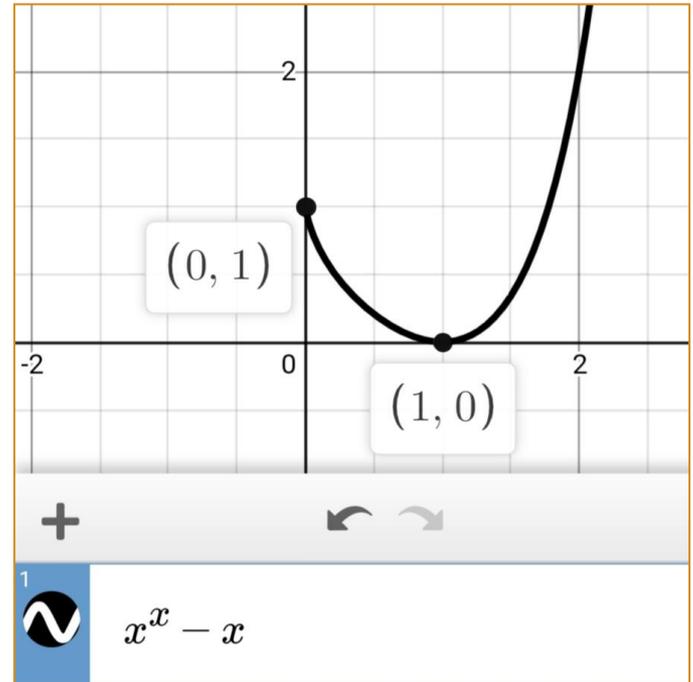
$x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x = \lim_{x \rightarrow 0} \ln' x / (1/x)' = \text{по правилу}$$

$$\text{Лопиталя} = 1/x / (-1/x^2) = -x = 0$$

при $x \rightarrow 0$

Возможно ли описание смыслов?



Где храниться «тьнь реальности» или интеллектуальное «дополнение» - внешняя семантика этого выражения?

Проблемы исследований: гипотеза информационной дополнительности и вопросы реализуемости

Все есть число
Пифагор
(2000 лет назад)

Проблема. Можно ли **Вычисления** рассматривать как процесс физической «**объективизации**» информации (как процессу сопоставляются его числовые характеристики и символные дескрипторы)

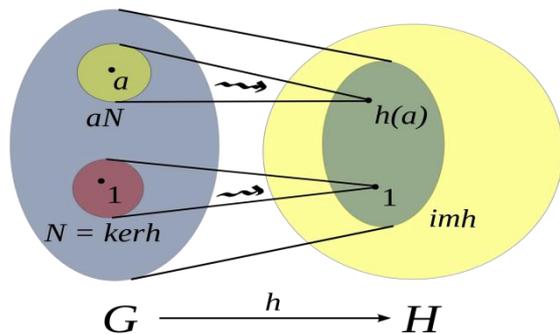
Гипотеза Результат вычислений в силу принципа **дополнительности**, существуют в физической и информационной формах.

Вопросы :

- Какие отношения (при каких условиях) между объектами физического и информационного плана можно установить:
 1. **изоморфизм** (совпадение/одинаковость или взаимно однозначное отображение) множества состояний физической модели и множества вещественных чисел –(взаимно однозначного отображения)
 2. диффеоморфизм (гладкое отображение) двух многообразий
 3. гомоморфизм (уподобление)...
- Как формально можно валидировать (исключая **сознание/понимание**) **эти отношения ?**

Наглядное формальное и содержательное пояснение

Гомоморфизм отображения: мысль-программа/исполняемый код -действие



Образ обратного элемента — обратный элемент к образу: что следует из равенства

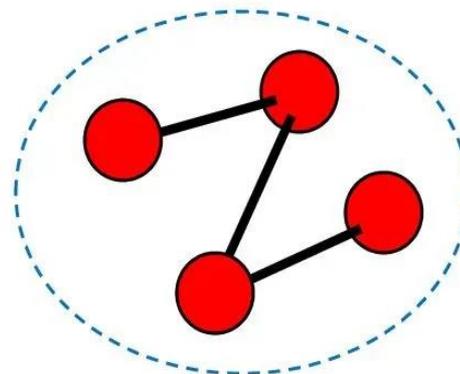
$$\varphi(a) \circ \varphi(a^{-1}) = \varphi(a * a^{-1}) = \varphi(e) = e'$$

Физико-математический изоморфизм

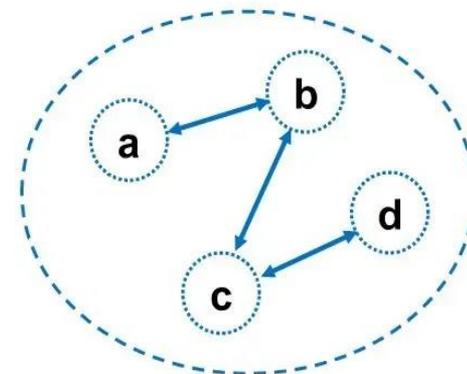
Физическая структура



Математическая структура



Физические частицы (электроны, ядра, атомы, молекулы) и взаимодействия (силы)



Математические объекты (числа, векторы, матрицы, функции) и связи (операции)

https://studme.org/277878/matematika_himiya_fizik/izomorfizm_gomomorfi_zm

Как понять, что утверждения (объекта) отражают истину

Даны утверждения:

- Два физических объекта **похожи**
- Два материала, из которых собраны объекты, **одинаковы**

.....

рассматриваемые в задаче математические группы **тождественны**

Анализ истинности этих утверждений, начнем опираясь на **алгебраическую точку зрения**, а именно **группы «одинаковы», если они изоморфны.**

Теорема: есть отображение $G \rightarrow G'$ группы $(G, *)$ в группу

То отображение ρ *изоморфизм*, если оно

- 1) взаимно однозначно;
- 2) сохраняет операцию, т. е. образ произведения равняется произведению образов: $\rho(a * b) = \rho(a) \circ \rho(b)$.

Как формально и по существу убедиться в этом ? Надо доказать тождество:

$$\rho(a) \circ \rho(a^{-1}) = \rho(a * a^{-1}) = \rho(e) = e',$$

Неполнота формальных моделей или согласованность отношения «теория - эксперимент»

Первая Теорема Геделя:

если формальная арифметика непротиворечива, то в ней существует невыводимая и непроверяемая формула

Вторая Теорема Геделя:

если формальная арифметика непротиворечива, то в ней невыводима некоторая формула, содержательно утверждающая непротиворечивость этой арифметики

Вывод:

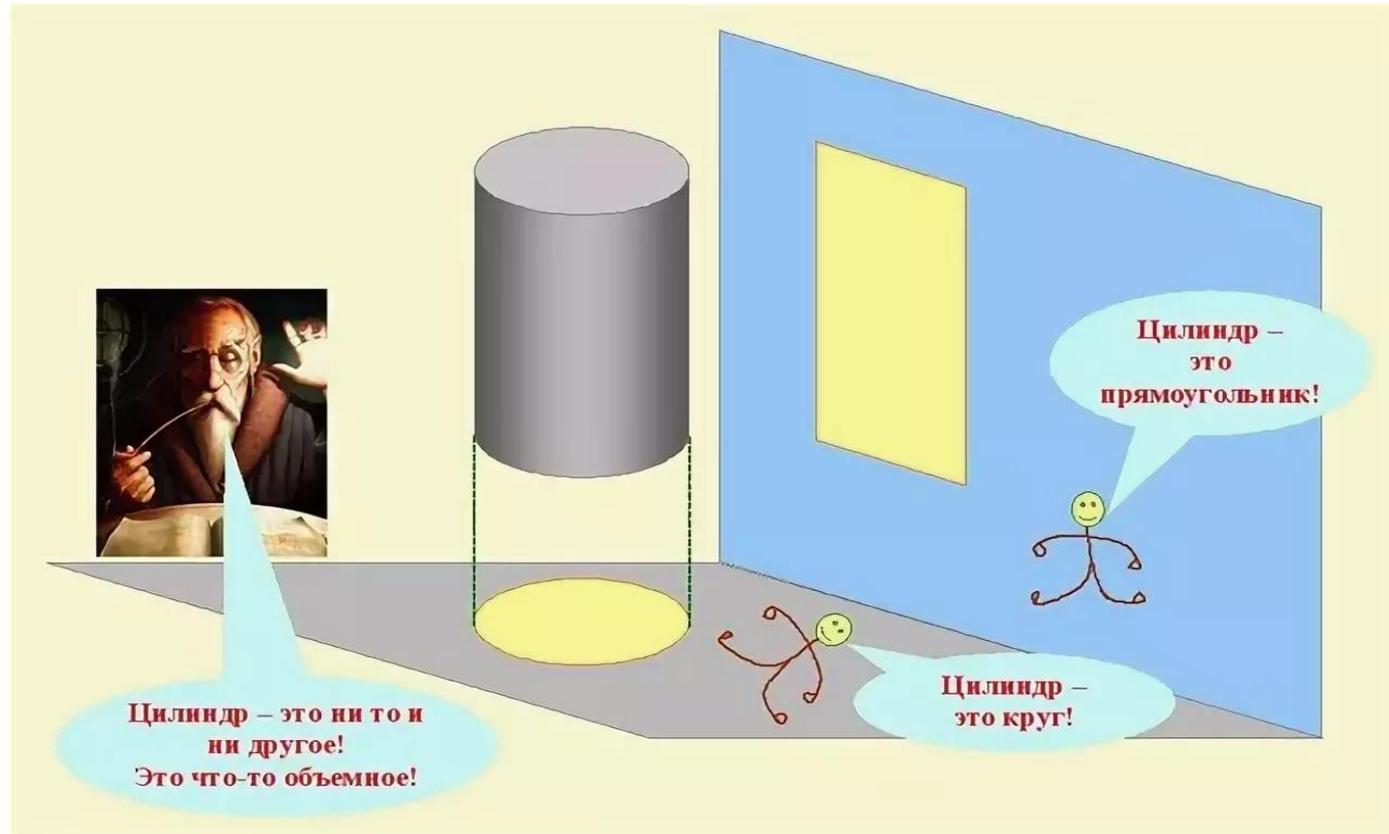
Арифметизация Природы как целостной системы невозможна

Как быть с гипотезой о «вычислимом сознании» и «вычислении понимания» ?

«Тени» реальности

Теорема Тарского о невыразимости арифметической истин

Множество истинных формул арифметики первого порядка (то есть множество их номеров при любой фиксированной гёделевской нумерации) не является арифметическим множеством.



Следствие теоремы Лебега: только в **противоречивой** теории высказывание «доказуемость P влечёт P » доказуемо для всех утверждений P

Возможность «объективизации» формальных знаний

- Пространство состояний «интеллектуального субъекта» - шестимерно и расслаивается на два подпространства «пространство» и «время» : L^3T^3 .
- «Наше» прошлое или опыт «записан» как паттерны в нейросетях мозга составляя программу действия/реакции, которые «фильтруют» наше восприятие мира в целом и его конкретные объекты в частности.
- «Наше» будущее вычисляется в нейросетях мозга как решение «обратной задачи» – построение алгоритма достижения намеченной цели.
- Решение этой задачи регуляризируется на основе понимания ранее опыта и интуиции (имплицитное научение – без понимания). Текущие реакции на возникающие ситуации формируются в форме устойчивых нейронных связей. При этом каждый объект (стимул) активизирует ту или иную нейронную подсеть мозга, которая в свою очередь вызывает набор химических реакций в организме – объективизируя вычисленное «интеллектуальное решение» через отношение «намерение-действие».

Итого: в большинстве случаев мы воспринимаем реальность не такой, какая она есть, такой как она «интерпретируется» (фильтруется) мозгом на основе паттернов (образов) , сформированных предыдущей опытом деятельности.

Согласованность решения «прямых» и «обратных» задач экспериментальных исследований

13

Прямые задачи – **расчет** по формулам

Обратные задачи – **понимание** формул

Фундаментальная проблема науки:

Стандартная модель квантовой физики в принципе способна описать только 4 % материи во Вселенной. Остальные 96% - на треть **темная материя** и на **две трети темная энергия**, а две основные научные теории - квантовая механика (КМ) и общая теория относительности (ОТО).- противоречат (антагонистичны) друг другу .

Суть ОТО: «Масса **говорит** (**передает информацию ?**) пространству-времени как «изгибаться», порождая силу тяготения, а пространство-время говорит массе как двигаться.»

Джон Уиллер

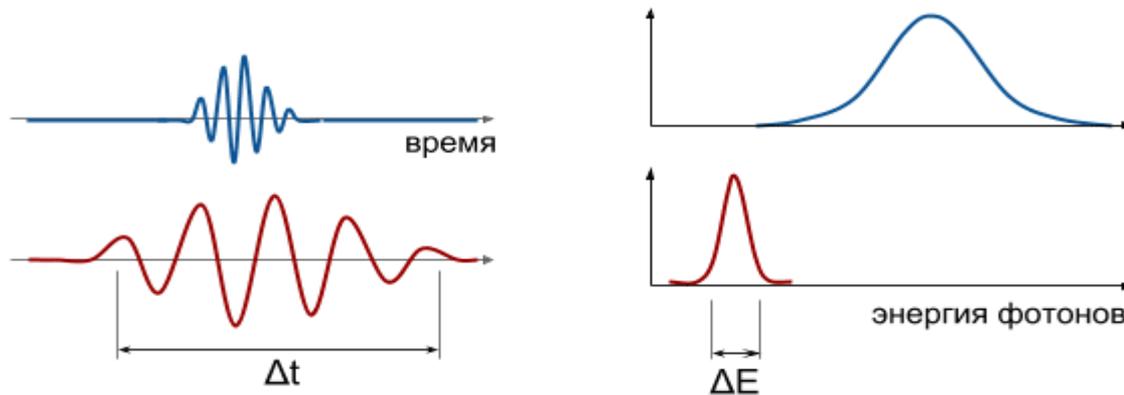
Суть КМ: квантовом мире действует принцип неопределенности Гейзенберга, частицы **взаимодействуют** (**передают информацию ?**) друг с другом при помощи виртуальных частиц – переносчиков взаимодействия, способных на короткое время нарушать закон сохранения энергии.

Р. Фейнман

Реальность как следствие соотношения неопределенностей

Призрачно всё в этом мире бушующем,
Есть только миг, за него и держись. ...

Слова: Дербенев Л.
Музыка: Зацепин А.



Соотношение неопределенностей энергия–время для фотонов: **чем короче световой импульс, тем больше разброс энергий у фотонов: $\Delta t \cdot \Delta E \sim \hbar$** , где \hbar — постоянная Планка, $\hbar \approx 10^{-34}$ Дж·с.

Чтобы «реальность» была наблюдаема на интервале времени t , она должна **обладать энергией** как минимум равной \hbar/t .

«Реальность vs виртуальность»

Из соотношения неопределенности Гейзенберга следуют радикальные выводы:

- существуют «виртуальные» объекты физической реальности, которые не могут быть зарегистрированы-измерены классическими измерительными приборами, например, счётчиком элементарных частиц, но только с «их помощью» возможно «физически» объяснить процессы переноса энергии и законы сохранения.
- Итак, **скорость и масса виртуальных частиц** не имеет физического смысла, но они ... объекты «модели» реальности.
- Виртуальные процессы, которые происходят **в промежутки времени порядка 10^{-24} сек**, и в силу соотношения неопределенности, для энергии и времени такие процессы **принципиально не могут наблюдаться**.
- Виртуальные частицы и процессы «ненаблюдаемы», образуя «**вакуум**» физической реальности, которые **сейчас составляют в «научную модель мира»**.

«Вакуум» понимания

Сколько событий, которые составляют результаты исследований имеют **вероятность «ноль»** ?

Итак, законы «реальной» физики имеют «масштабы», а вычислительные модели «абсолютны». Числа и виртуальные частицы являются переносчиками взаимодействия «физического вакуума» - того, что не возможно измерить....но можно понять.

Термин "физический вакуум", можно трактовать как средоточие виртуальных объектов, непрерывно рождающихся на короткие мгновения и тут же исчезающих квантовых флуктуаций.

Квантовые флуктуации вакуума создаются нулевыми колебаниями электромагнитного поля, ... **Ноль не наблюдаем**, но виртуальные частицы могут оказывать действие на внесённые в вакуум реальные объекты.

Структуры, ОБЪЕКТИВИЗИРУЮЩИЕ знания

Онтология –спецификация концептуализации»

Н. Грубер, 1992

«Логика» компьютерных наук:

- «существует» то, что можно представить с помощью **вычислений** (what "exists" is that which can be represented by digits).
- Если «объект» или «процесс» существует, то они могут быть мыслимы – иметь имя, представленное в «толковом» (human-readable text) словаре, объясняющим значение понятия, (reflected in the representational vocabulary)
- Исследования изучают взаимодействия, которые могут быть или природным феноменом или технологией, основанной на знаниях.
- между объектами физического и информационного плана можно установить различные отношения, включая:
 - изоморфизм (совпадение/одинаковость или взаимно однозначное отображение) множества состояний физической модели и множества вещественных чисел – (взаимно однозначного отображения)
 - диффеоморфизм (гладкое отображение) двух многообразий
 - гомоморфизм (уподобление)...
- В итоге суть исследований – организация процесса непрерывного научения

- **Исследования** - это представленная в определенной форме информации, заключенной конкретных данных, ссылаясь на которые можно сделать рациональные (логически целостные) заключения на, используя систему суждений, соответствующей **онтологии** текущей ситуации и контексту использования имеющихся **знаний**.
- **Знание** – это отношения между понятиями, которые включают в себя :
интенциональное описание проблемной области (прикладная онтология – описание проблемной области),
 - интенциональное описание ситуации (онтология текущей ситуации),
 - экстенциональное описание ситуации (контекст использования) и вытекающее из него множество возможных решений