



КАФЕДРА  
ТЕЛЕМАТИКА

---

Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

---

Институт прикладной  
математики и механики

**Институт компьютерных наук и технологий**

**Высшая школа искусственно интеллекта**

**курс: История и методология математики и  
компьютерных наук**

Лекция 1

**«Книга природы написана на  
языке... математики**

**Г. Галилей**  
(1564-1642)

---

8 сентября 2022 г.

# Курс разработан в рамках профиля подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки (МКН)

В этом курсе рассматриваются исторические и методологические аспекты развития МКН и ... вопросы: почему 1) **МКН является операционной** основой современных научных знаний о Природе и 2) материал этого курса способствует обще профессиональному росту.

**В дальнейшем будем исходить из того, что:**

**Математика** (др.-греч. μάθημα — изучение, наука) — наука о структурах, порядке и отношениях, построенных с использованием операций счёта и сравнения объектов.

**Объект** изучения – **число**, как оно существует и как преобразовывается

**Предмет** изучения - пространственно-количественные отношения и функции, которые используются для описания «физической реальности»

**Компьютерные науки** (computer science) – наука о методах и процессах сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и оценки **информации**.

**Объект** изучения – информация и информационные структуры

**Предмет** изучения – процессы, **алгоритмы** и вычислительные **машины**

# Тематики курса

- **Тема 1. Методология математики.** История развития математики как фундаментальной и прикладной науки. Числа, слова и операции. Место математики в современной системе научных знаний. Основные принципы, теоремы и структуры.
- **Тема 2. Математика природы.** Технологии и средства вычислений. It from bit. Физические носители информации, информационное взаимодействие. Киберфизика.
- **Тема 3. Методология компьютерных наук.** Математика природы как основа методологии наук. Интуиция и математики. Вычислительные и информационные процессы. Алгоритмы, программы и вычислительные структуры. Теория информации и технологии кодирования.
- **Тема 4. Методы машинного обучения и технологии искусственного интеллекта .** Алгоритмы или данные: from data-driven to knowledge-drive computing .  
Натуральные вычисления. Квантовая информация.

# Общая характеристика обсуждаемых проблем

## Математика

- Формирование понятия числа в контексте геометрии, физики логики, арифметики, анализа, топологии, теории меры
- Переход от чисел и функций к множествам и алгоритмам. Понятия вычислимость, перечислимость, разрешимость

## Компьютерные науки

- Диофант, Р. Лулий, Корсаков, Бэббидж, Тьюринг и др.
- Физика вычислений: энергия/масса/тепло/число/информация
- Прямые задачи компьютерных наук – алгоритмы вычисления
- Принципы ускорение вычислений, сигнатуры языков программирования

## Машинное обучение и искусственный интеллект

- Данные vs алгоритмы. Конечный автомат vs нейронная сеть
- Прямые задачи счета, ИИ - обратные задачи теории алгоритмов,
- Абстракция отождествления: от уравнений и равенства функций к похожести и «эквивалентности»

# Объект математики как науки – Число

- Исторические аспекты: «**Все есть число**», **Пифагор (570-495 г до нэ)**  
( Вещь может быть познана только через раскрытие ее «числа»).
- It from bit – Д. Уильер (**1911-2008 нэ**)
- Евангелия от Иоанна: «**В нача́ле бы́ло Сло́во («λόγος»)** ок. 98 г. н. э

Что известно о математических науках:

- Строгость математического рассуждения объясняется простотой ее предмета. **Аристотель** (384 г. – 322 г. до н.э.)
  - Основа строгости - аксиоматический подход, основанный на определениях и доказательствах (Геометрия **Эвклида** (325 – 265 г. до н.э.)
  - Простота - интуитивная очевидность (**Уильям Оккам** (1285–1347) - не следует умножать сущности сверх необходимости)
- Существуют строгие математические теории, которые не обладают априорной наглядностью и самоочевидной основой. **Лобачевский** (1792 – 1956 гг.)
- От математической теории не требуется ни наглядности, ни рациональной очевидности, существенно только требование логической непротиворечивости. **Гильберт** (1862 – 1943 гг.)

## Что говорят о математике «Великие» :

- «Математика — язык, на котором написана **«книга природы»**» (Г. Галилей)
- «Математика – это способ описания перехода от одних **опытных суждений**, к другим»(Н. Бор)
- «Математика – иерархия **формальных структур**»(Н. Бурбаки)
- «Математика — наука о количественных отношениях и пространственных формах **действительного мира**» (А. Колмогоров)

Суть проблемы:

- какие объекты допустимы в математике и как они могут существовать,
- **существовать может то, что доказуемо**
- объективизация математического доказательства - обращение к физической реальности не может содействовать проверке истинности или ложности математических теорий

О. Коши теоремы существования на первый план выдвигается логический аспект математических доказательств. ...

Н.И. Лобачевского показала, что «здравый смысл» не может быть критерием истинности математических теорий

Г. Кантор (1845-1918) свел все существующие математические теории к разделу теории множеств

Д.Гильберта (1862-1943) предполагал, что доказательство непротиворечивости математики можно проводить точными методами

К. Гёделя (1906-1978) доказал теоремы о неполноте всякой формальной системы, содержащей арифметику

# МАТЕМАТИКА и ее связь с реальностью

- **17 век:** Cogito, ergo sum ( лат. — «**Мыслю, следовательно, существую**»)



- **21 век:** Computo, ergo sum ( лат. - «**Вычисляю, значит существую**»).
- Вопрос об отношении математики к реальному миру является одним из основных для объяснения природы математики как науки.

Пример: Информационно-Вычислительный натурализм: законы физики – «**компьютерные**» программы, а Вселенная - **квантовый компьютер**, который вычисляет самого себя?!



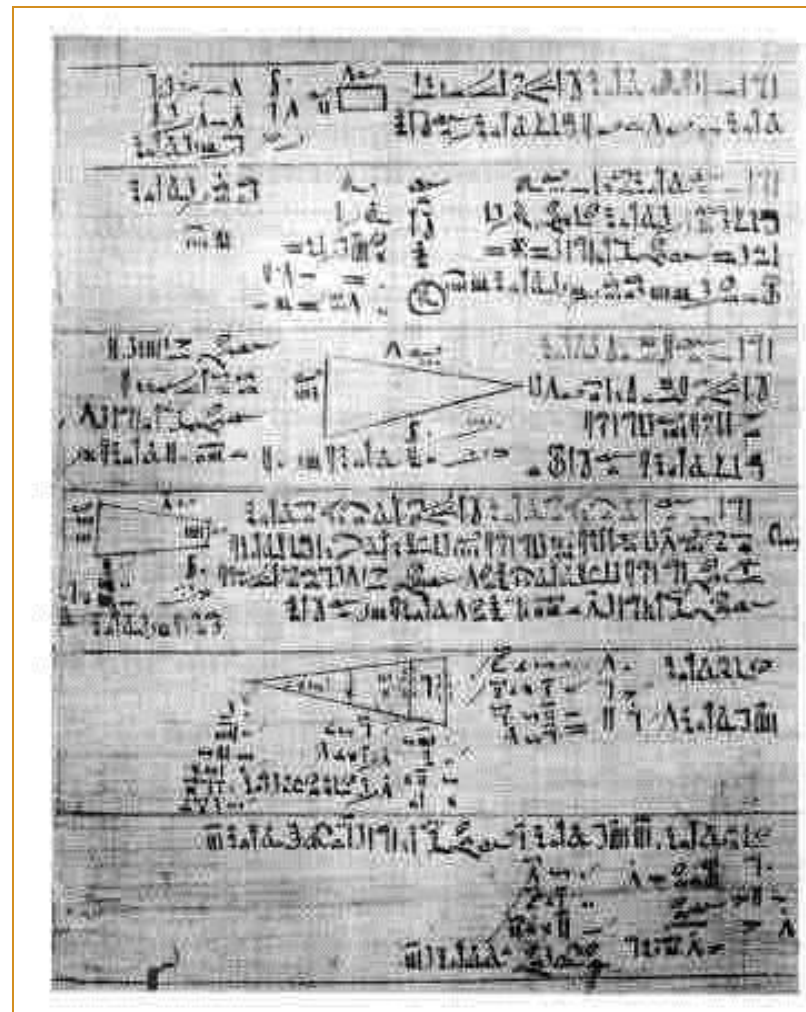


# Идеализация и абстракция отождествления как научная основа математики:

- Специфика математической реальности
- Статус математического понятия
- Классификация математики
- Математика и физика...Математика и биология...

# Язык как интеллектуальный феномен. Древний Египет


- Папирус Ринда - собрание 84 задач прикладного характера.
- При решении задач производятся действия с дробями, вычисляются площади прямоугольника, треугольника, трапеции и круга, объёмы параллелепипеда, цилиндра, размеры пирамид.



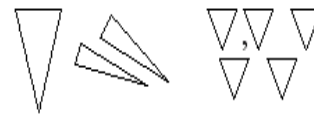
# Язык как интеллектуальный феномен Древний Вавилон (Двуречье)


XXIII в. до н.э. – регулярные работы по строительству

Требования к «математике»: «уметь писать понятно, знать текст, межевать земли и примерять спорящих»

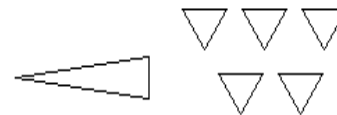
Знака для нуля у вавилонян сначала не было. Позже был введён знак , заменявший современный ноль.

Так записывали число 3605:

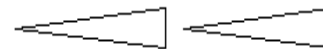


т.е.  =  $60^2 = 3600$ ;

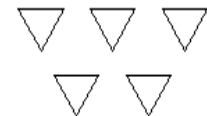
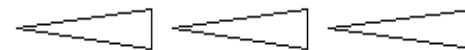
Задача № 1: Записать число 15



Задача № 2: Записать число 20;



Задача № 3: Записать число 35:



Задача № 4: Записать число 3602;



# Язык как интеллектуальный феномен

## Вавилонской математики

- Шестидесятеричная система исчисления
- Использование:
- **ноля** как пунктуационного знака, определяющего разряд числа,
- **дроби** для записи результатов математических операций

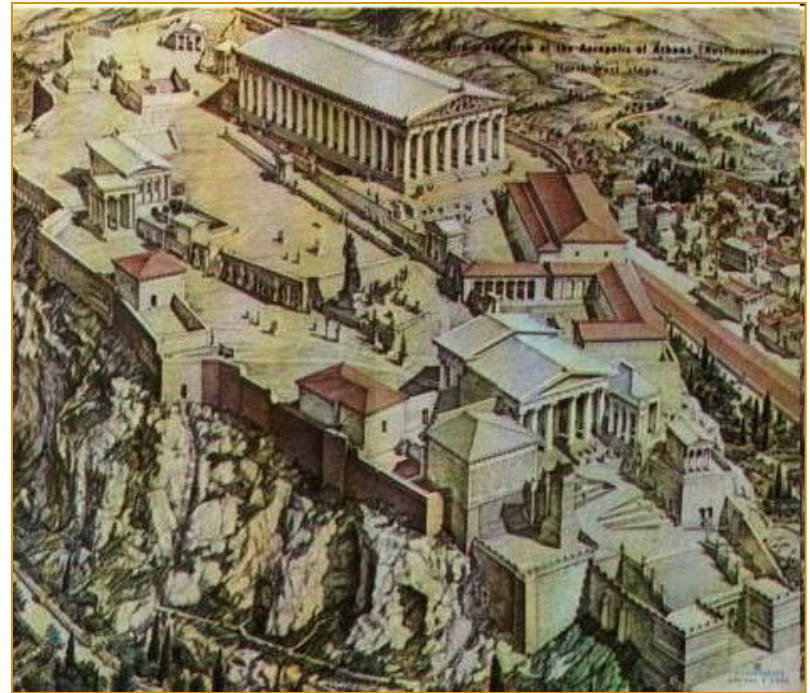
Что умели:

- извлекать квадратные корни
- решать линейные и кубические уравнения с помощью таблиц
- Проводить измерения, связанные с окружностями

# Язык как интеллектуальный феномен

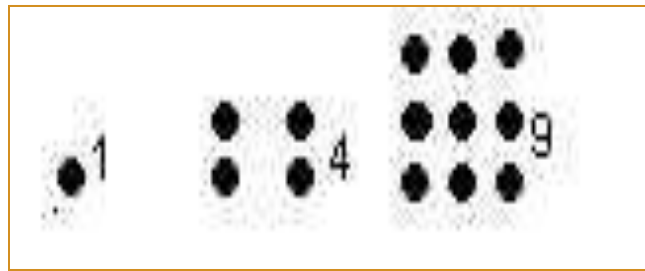
Греция VI – IV вв. до н.э.

- Математика как наука с особым методом на основе **дедуктивного (формального) доказательства**



# Математика геометров (Пифагор, Эвклид) и астрономов (Птолемей)

Квадратные числа:



**Вводят доказательство, в том числе, доказательство от противного, логика (закон «исключенного третьего»)**

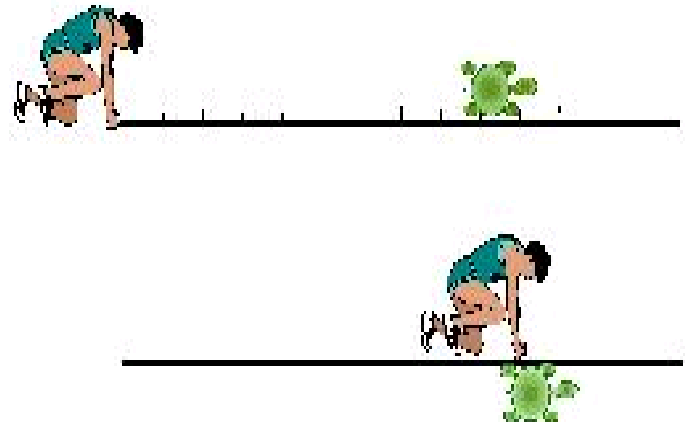
Числа:

- Четные – мужские
- Нечетные – женские

«Элементы чисел являются элементами всех вещей и весь мир является гармонией и числом»

# Зенон Элейский – проблема конечного и бесконечного

- Апории:
- «Ахиллес и черепаха»
- «Стрела»
- «Стадион»
- «Дихотомия»





# Геометрия Евклид (IV – III вв. до н.э.)

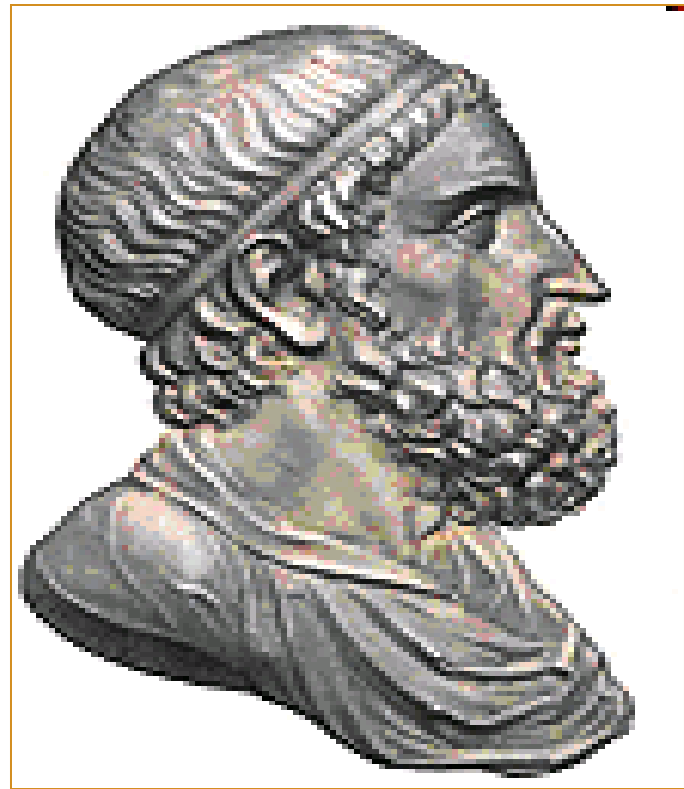
- «Начала» - логическое построения геометрии на основе аксиоматики
- планиметрия, стереометрия, вопросы теории чисел, алгебры, общей теории отношений и метода определения площадей и объемов,



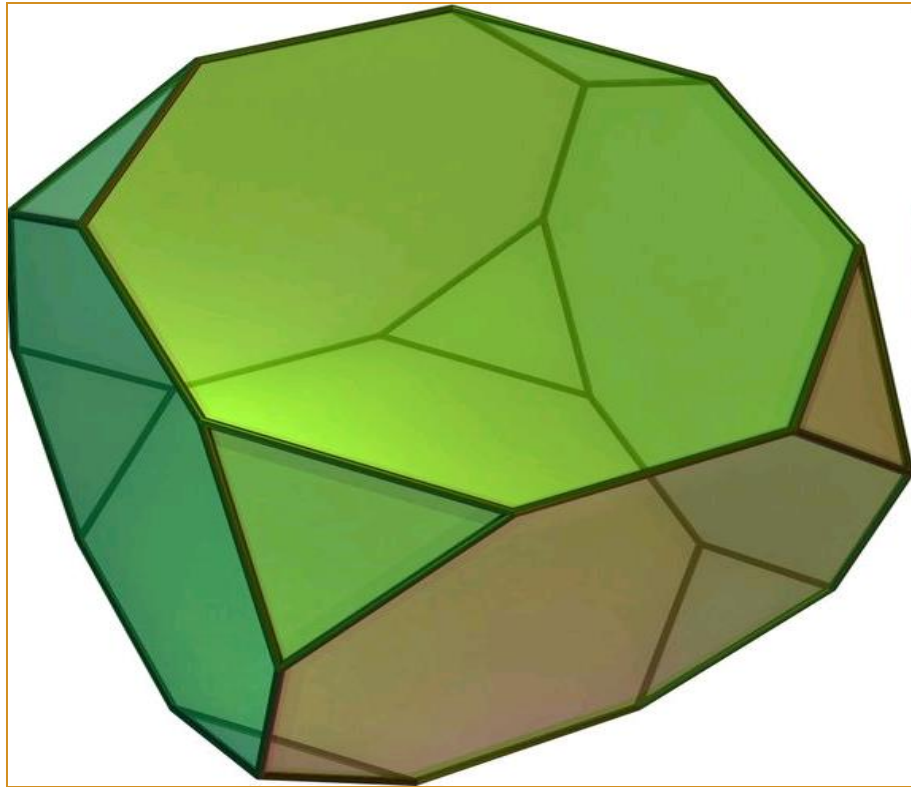


# Архимед (287 – 212 Г. до н.э.)

- Трактат "Псаммит" в котором он указывает способ для вычисления количества песчинок, могущих заключиться в объеме земного шара.



# Полуправильные многогранники (Архимедовы тела)



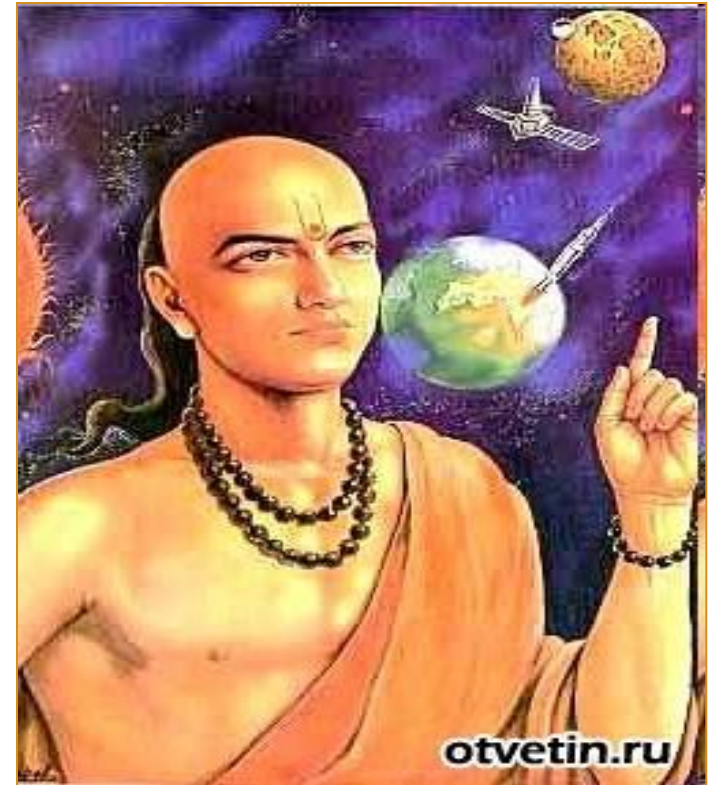
Усеченный куб

# Греческие основатели современной математики:

- Архид из Тарента (V – IV вв. до н.э.)
- Евдокс Книдский (V – IV вв. до н.э.)
- Антифон (V – IV вв. до н.э.)
- Гиппократ Хиосский (V – IV вв. до н.э.)
- Зенон Элейский (V – IV вв. до н.э.)
- Евклид (IV – III вв. до н.э.)
- Архимед (III в. до н.э.)

# Индия ок. 7 в. н.э. - Ноль как число

- Брахмагупта - сделал попытку увязать понятия нуля и отрицательных чисел с арифметическими операциями



# Арифметические действия с нулем

- Сумма нуля и отрицательного числа – число отрицательное, нуля и положительного – положительное, сумма нуля и нуля равна нулю.
- Если из нуля вычесть отрицательное число, то получим положительное, если вычтем из нуля положительное, то получим отрицательное. Если из нуля вычесть ноль, получим ноль.
- Положительное или отрицательное число, деленное на ноль, есть дробь с нулем в знаменателе. Ноль, деленный на положительное или отрицательное число, есть ноль, что можно выразить как дробь с нулем в числителе и ограниченной величиной в знаменателе. Ноль, деленный на ноль, дает ноль.

*Брахмагупта*

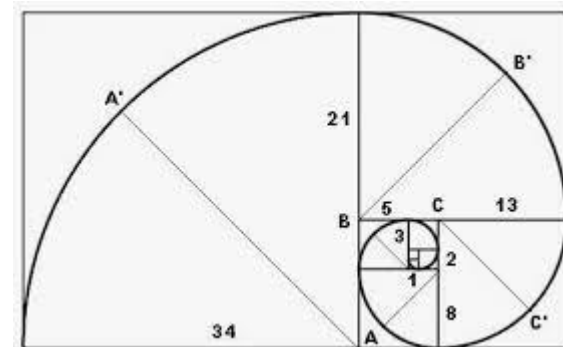
# Фибоначчи (Леонардо Пизанский) – итальянский математик

- 1202 г. «Книга абака»
- 1-9 – числа
- 0 – знак

Ряд Фибоначчи (задача о кроликах) :

1, 1, 2, 3, 5, ....  $F_n, F_{n+1}, F_{n+2}$

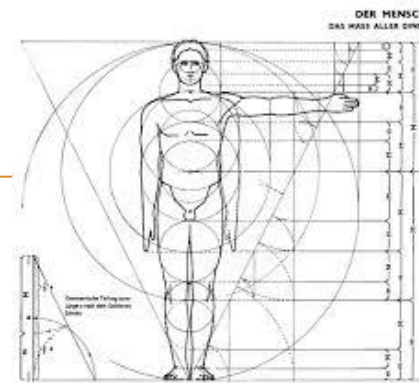
$F_n / F_{n+2} \rightarrow ?$



... а также

Решил задачи:

- определения объема цилиндра и шара, объемов частей параболоидов вращения,
- положения центра тяжести плоских и пространственных фигур и для многих случаев решил ее,
- применил в геометрии метод «мысленного взвешивания»,
- развил предложенный греческим ученым Евдоксом «метод исчерпывания», позволивший исследовать свойства кривых второго порядка.



# Сформулировал основной вопрос математики: что есть число?

- Что такое единица, ноль, бесконечность ?
- сколько единиц существует ?
- как единицы можно складывать?
- что такое  $1 + 1$  (что такое складывать предмет сам с собой)
- чем первая единица отличается от второй в равенстве

$$1 = 1$$

и почему

$$6-5=1$$



# Выводы: Математический объект – абстракция от абстракции

- Математический объект – количественная характеристика множества предметов
- Число – абстракция от исходной абстракции (все «пятерки» – число 5)
- Формула – абстракция от числа

- количественные и пространственные отношения ( А.Н. Колмогоров)

# Как и «где» существует математический объект, представленный символом/знаком?

- Реализм – «Математические объекты существуют **вне нас** в силу той же необходимости как и объекты реального мира» Ш.Эрмит
- К.Гедель, А.Колмогоров

- Номинализм – реальны только отдельные вещи, существует то, что имеет **пространственно – временную координату**.
- В.Куайн, Н.Гудмэн

# Классификация математики

- До аксиоматическая – аксиоматическая
- Формирование принципов построения дедуктивной теории

- Прикладная – теоретическая
- Математика:
  1. Язык науки
  2. Модель для количественного описания природного мира, социума и технических устройств

# Принципы построения дедуктивных теорий

Дедуктивная теория – система, принципы которой выводимы из аксиом.

Составляющие аксиоматических теорий:

- Исходные понятия (объекты);
- Исходные утверждения, связывающие исходные понятия;
- Правила логического вывода

# Требования к аксиомам:

- Непротиворечивость – два принятых исходных положения не должны противоречить друг другу.
- Независимость – аксиому нельзя доказать с помощью других аксиом.
- Полнота - все формулы данной системы выводимы по ее правилам и с использованием существующих в ней аксиом.

# Пример аксиоматической системы:

- Механика И.Ньютона: закон инерции, закон пропорциональности силы и ускорения при постоянной массе, закон равенства действия и противодействия

# Современные философские проблемы математики:

- XIX – XX вв. – проблема обоснования математики - вопрос о соотношении концептуальных математических построений и объективной реальности, которую они должны в конечной инстанции отображать.
- Вычислимы ли когнитивные функции ?



# Концепции математики XX в.

- Логицизм: (Г. Фреге, Б. Рассел и др.) - основания математики **в логике**;
- Интуиционисты (Я. Брауэр, Г. Вейль, А. Гейтинг, Л. Кронекер и др.) – математика **опирается на интуицию**;
- Формализм (Д. Гильберт, В. Аккерман, И. Бернайс, фон Нейман) – основания математики – **математические знаки**.

# От математики к компьютерным наукам – все ли так?!

## Аспекты «тривиальные» - за:

- Средство ускорения «механических» вычислений.
- Методы обработки данных, представленных в цифровой форме
- Средства управления и моделирования

## Аспекты, требующие осмысления и более глубокого понимания

- «Книга природы» написана на языке математики ( Г. Галилей), но не ясно какой математики ? Вычислительной ли?
- Законы физики не содержат «событий», в них нет информационного начала. Почему? Будет ли создана «физика мира мысли» ли физика потенциально возможного? ( «духи»  $p < 0$ , тахионы  $v > c$ )
- В чем «вычислительные машины» могут быть лучше, чем люди?
- Информационно-вычислительный натурализм – **вычисления vs понимание**; Непрерывное vs дискретное. Возможен ли компромисс?
- Неполнота и противоречивость формальных систем (Теоремы Геделя, информационный «пепел» и закон «исключенного третьего»)

# «Сингулярность» , которая близка.....



- «Мы»:

Последнее поколение людей, физические возможности которых ограничены естественной морфологией человеческих тел и органов чувств и Первое поколение, для которого расстояние – «время доставки сигнала» , возможности ограничены лишь воображением.

«Сингулярность – это ближайшее будущее, когда скорость технического развития будет настолько высока, а изменения окружающего мира будут настолько фундаментальными, что кардинально изменят существование людей». В итоге «ментальность будет управлять реальностью , другими словами - **киборгизируйся или умри ; -)**