



Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

КАФЕДРА ТЕЛЕМАТИКА

**семинар
экспериментальные исследования в области
компьютерных наук и математики:**

**Использование пространства
экспериментальных возможностей**

занятие 4

9 марта
2022 г.

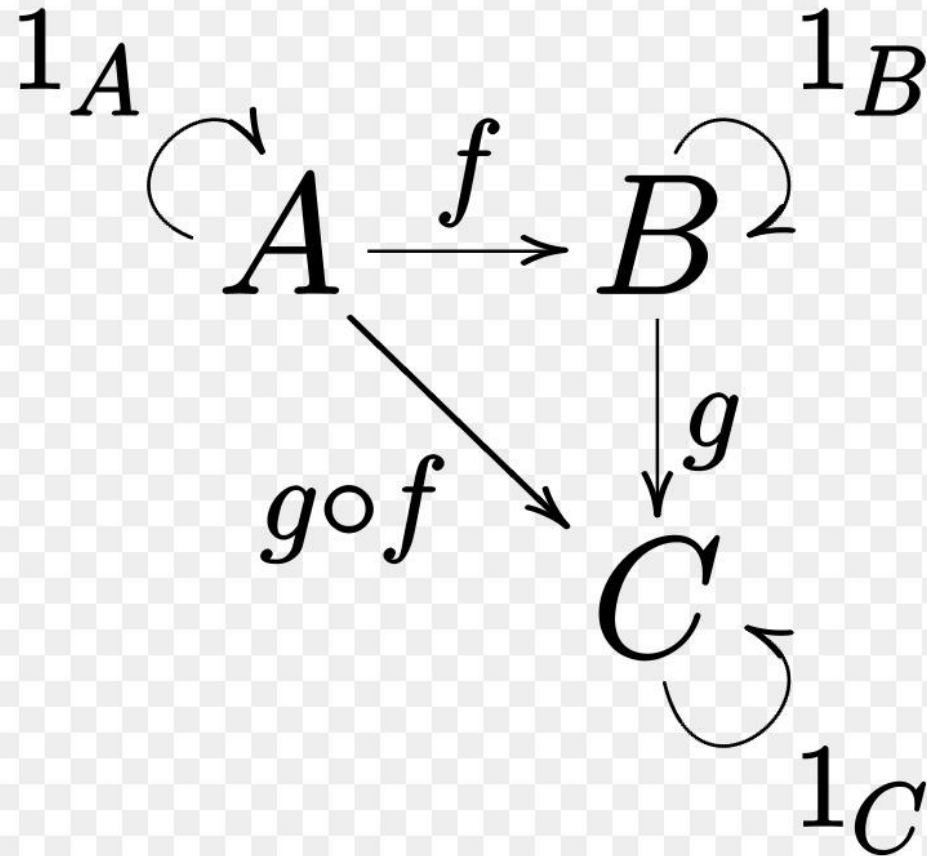
Что было на прошлой лекции ?

- Компьютерное моделирование процессов с использованием различных вычислительных технологий «маскирует» **ключевые аспекты физических явлений**, **нарушая** презумпцию их **непрерывности** – основу физико-математического «языка» современных **научных знаний**, включая facts (descriptive knowledge), skills (procedural knowledge), or **objects (natural knowledge) contributing to ones understanding**.
- В итоге способность к вычислениям выступает как complement научных знаний, который **ЛОГИЧЕСКИ СЛЕДУЮТ** из теоретической модели рассматриваемых явлений:
 - «...тем хуже для фактов, если они не укладываются в теорию»

М. Планк
- С точки зрения компьютерных наук любая сущность может быть материализована, если она вычислима, т.е. мыслима (is computable, i.e. thinkable or imaginable) Однако, такие проблемы как
 - сложность $N=?$ NP вычислений (конечное/счетное количество операций)
 - принцип относительности; отсутствие «точной позиции» квант. частицы
 - модальность логических законовприводит к проблемам с «объективностью» вычисленных результатов и необходимости учета тождества неразличимых предметов Лейбница, что **making it difficult to present new knowledge in the form of programs**

Теория категорий

раздел математики, изучающий свойства отношений между математическими объектами, не зависящие от внутренней структуры объектов.



Просил прочитать и постараться понять

4

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика»

Ю. А. ГАСТЕВ

ГОМОМОРФИЗМЫ И МОДЕЛИ

Логико-алгебраические аспекты
моделирования

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1975



Под **интуицией** я подразумеваю **понимание**, настолько отчетливое, что не остается никакого сомнения относительно того, что мы разумеем.

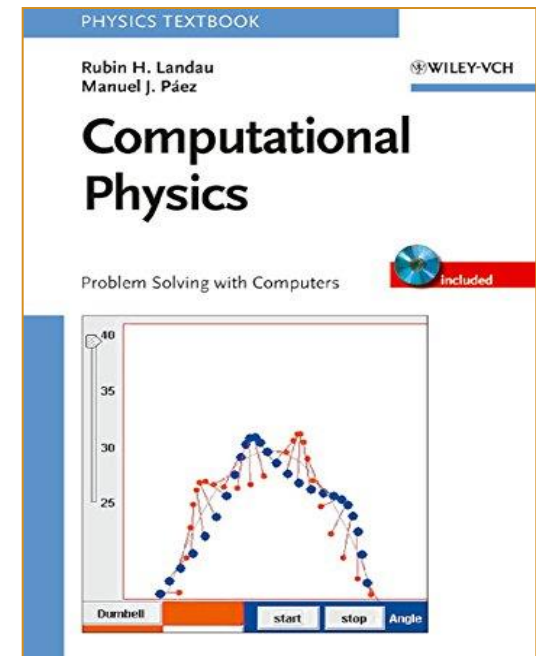
Р. Декарт
(1596 – 1650)

By **understanding**, I mean forming a physical picture that **intuitively** feels perfectly clear.

Р. Фейнман
(1918-1988)

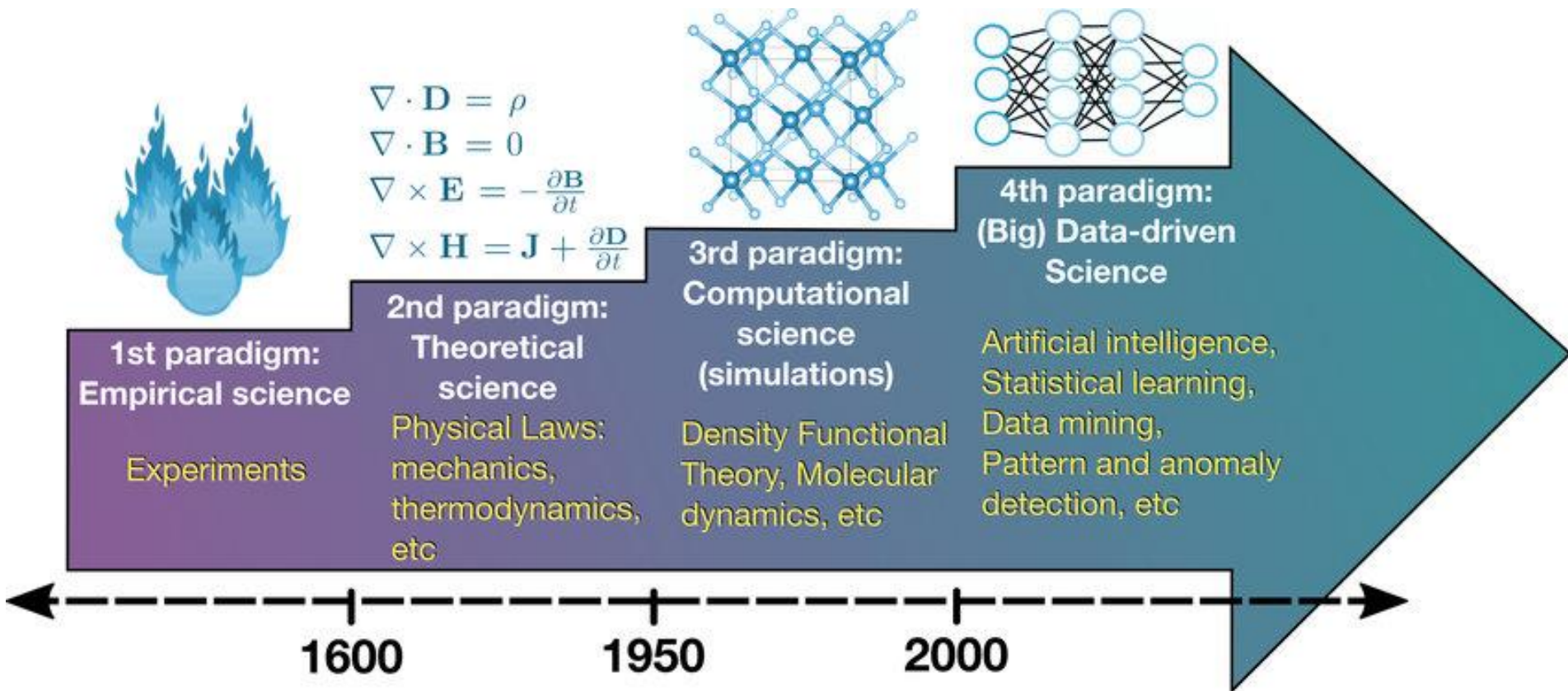
Ключевой вопрос экспериментальных наук:

Является ли разум 5-м фундаментальным взаимодействием Природы



и ... может ли Человек, овладев **пятым фундаментальным взаимодействием**, понять суть всех «механизмов» Природы , а затем **создать свою новую виртуальную Вселенную ?**

Этапы развития наук



Вопрос: что важнее для математики – объект или операции с ним ?
Давно замечено, что **аналоги** обычных арифметических операций имеются далеко **за пределами числовых систем**, т.е. **умножать и складывать** можно

как многочлены, матрицы, ...


так и выпуклые тела и пр. объекты реального мира.

Абстрагирование от числовой специфики облегчает «алгебраизацию» природных явлений, носителями которых может быть:

поле действительных или комплексных чисел, которые являются «единственными конечномерными действительными ассоциативно-коммутативными алгебрами без делителей нуля»;
тело кватернионов, которые являются единственной конечномерной ассоциативной, но не коммутативной алгеброй без делителей нуля....

Использование свойств этих абстракций позволяет не допускать **нелепых обобщений** и **выбирать «правильные инструменты» для решения прикладных задач**

Вычислимо все, что симметрично

$$\sqrt{\frac{\pi e}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{1 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1 + \frac{6}{1 + \frac{7}{1 + \frac{8}{\dots}}}}}}}}}} + \left\{ 1 + \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots \right\}$$


Srinivasa Ramanujan
1887 - 1920

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + \dots}}} = 3,$$

$$\sqrt{6 + 2\sqrt{7 + 3\sqrt{8 + 4\sqrt{9 + \dots}}} = 4,$$

$$\sqrt{8 - \sqrt{8 + \sqrt{8 - \sqrt{8 - \dots}}} = 1 + 2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{9},$$

$$\sqrt{11 - 2\sqrt{11 + 2\sqrt{11 - 2\sqrt{11 - \dots}}} = 1 + 4 \sin \frac{\pi}{18},$$

$$\sqrt{23 - 2\sqrt{23 + 2\sqrt{23 - 2\sqrt{23 - \dots}}} = 1 + 4\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{9}.$$

Формулы Рамануджана:

Мир симметричен, любой закон природы и формулы математики свидетельствуют о той или иной инвариантности к изменению внешних условий, в чем причина инвариантных свойств – групповые свойства преобразований ???

- движения, сохраняющих расстояние,
- переносы
- отражения

Уравнения физики справа располагают «причину»

$$m\mathbf{x}^{(2)} = \mathbf{F}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mathbf{a} * \frac{d\mathbf{H}}{dt}$$

Но эти уравнения не симметричны относительно свойств «причина/следствие».

Абстрагирование – путь от физических процессов к вычислениям

Понятие «абстрактное натуральное число» – для всех стало банальностью....неким очевидным «кирпичиком» **описания физической реальности**,....но есть и другие абстракции, например, «**мнимая единица**», многим не ясно, что это

- **фикция**, не имеющая физического аналога,
- **особая точка** $d|p$ функции
- «**тень**» от обратных арифметических операций ?

Суть дела в том, что на определенной стадии манипулирования числами процесс выходит на новый уровень абстракции, фиксируя внимание не на самих числах-объектах, а на операциях с ними.

Операции оказываются важнее тех объектов, над которыми они выполняются.

- Множество объектов, над которыми производятся операции, должно быть таким, чтобы с их помощью всегда можно представить **решение уравнений**:
 1. $x+a=b$, $ax=b$, решение находится в поле рациональных чисел Q , размерность числе $n=1$.
 2. $P_n(x)=0$, решение находится в поле комплексных чисел C $a+bi$, где i - мнимая единица $\sqrt{-1} = (+/-) i$, размерность $n=2$.
- С точки зрения «физической реальности» число « i » не больше «фикция», чем отрицательные и дробные числа.
- Для операций сложения и умножения (обратные операции – вычитание и деление) комплексные числа «последняя граница» расширения натурального ряда. (но есть еще и т/н алгебраические и трансцендентные числа).
- За областью комплексных чисел новой «числовой земли» нет, так как при увеличении размерности чисел теряются не или иные их свойства:
 - при переходе от действительных ($n=1$) к комплексным ($n=2$) числам пропадает упорядоченность,
 - переход к квантернионам ($n=4$) теряет коммутативность умножения, при переходе к числам Кэли ($n=8$) теряется ассоциативность операций умножения...

Заключение. ПРИНЦИП «шахматной доски» в экспериментальных исследованиях



Благодаря «сепарабельности» топологического «пространства-время», окружающего человека, в нем можно выделить классы эквивалентности, т.н. фактор-множества (например, черные/белые клетки). На основе классов эквивалентности можно сформировать **конечное** подмножество состояний (траекторий), компоненты которого суть **последовательности элементов, состоящих из компонент** базиса топологически рассматриваемого пространства, а их мера образует инвариант, отражающий законы сохранения, актуальные для физических законов

Для описания базиса топологии подходят различные «цифровые меры», которые выражаются через рациональные или вещественные числа (всякое вещественное число можно представить в виде предела последовательности из рациональных чисел) Такая «цифровая» реальность порождает явления, которые можно наблюдать (измерять с помощью приборов-инструментов), получая **информацию** о том, какие числовые характеристики могут быть сопоставлены этим явлениям.