



Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

# КАФЕДРА ТЕЛЕМАТИКА

**семинар  
экспериментальные исследования в области  
компьютерных наук и математики:**

**Формирование пространства  
экспериментальных возможностей**

**занятие 3**

---

2 марта  
2022 г.

Пространства экспериментальных возможностей формируется из понятий и законов, которые,

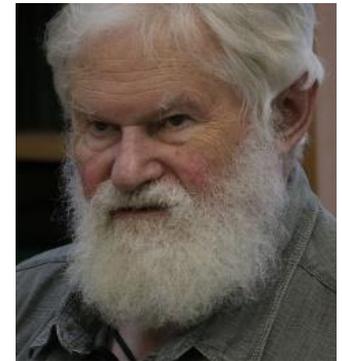
- Перечислимы
- Вычислимы
- Разрешимы

и могут использоваться при организации процессов обучения как людей, так и «машин». («объективная» статистика).

Интеграция большого количества "простых" элементов может приводить к антиэнтропийному эффекту – т.е. формированию иерархического многообразия и топологических структур, которые образованы различными **паттернами** ( ... а не множеством «точек» меры ноль, как в теории множеств) или «фактор-множествами» материи.

**Дуглас Хофштаттер:** «In the end, we are (мы являемся) self-perceiving (само воспринимающие) , self-inventing (само изобретающие), locked-in (**замкнутые в себе**) **mirages** that are embodiment **pattern** of **self-reference** (**самореференция**)»

«Осмысленный мир – это мир **СИМВОЛОВ**».

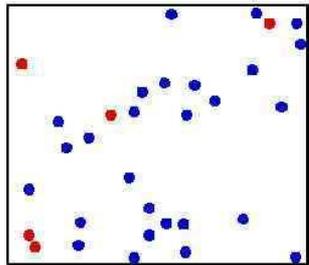


поэт Вл. Микушевич

# Шахматная доска природы... «материя-информация»

## Виды материи

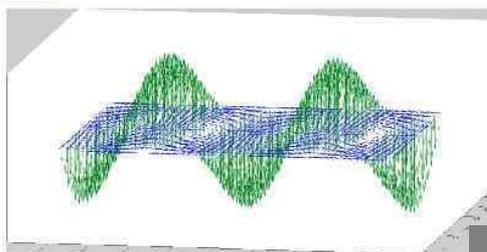
**Вещество**  
Его структурой является множество составных частиц



Броуновское движение молекул

**Материальные объекты неясной физической природы**  
Тёмная материя  
Тёмная энергия

**Поле**  
В отличие от вещества, не имеет внутренних пустот, обладает абсолютной плотностью

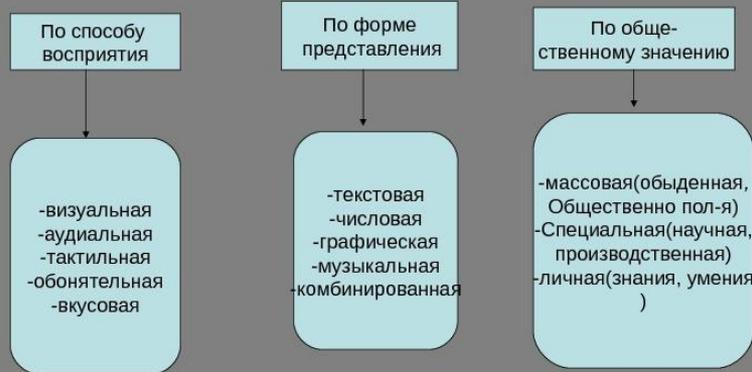


Электромагнитное поле

Можно не только переставлять по правилам фигуры, но и «переставлять правила»

Математическая основа игры на такой шахматной доске: теория категорий

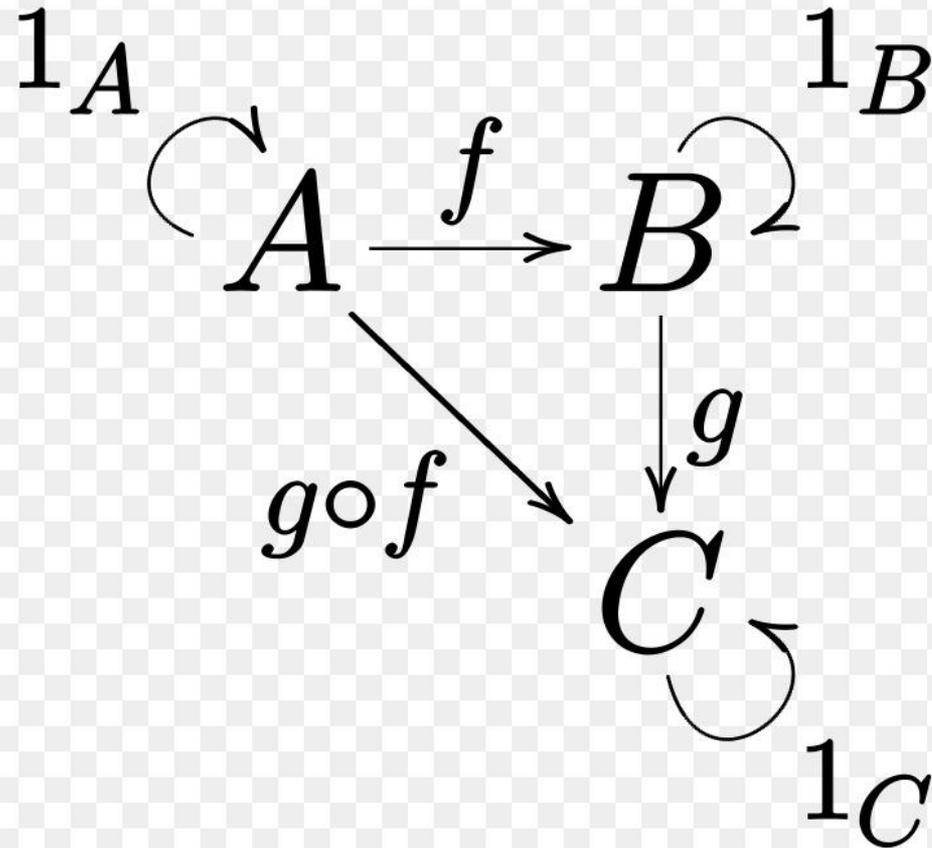
## Виды информации



# Теория категорий

4

раздел математики, изучающий свойства отношений между математическими объектами, не зависящие от внутренней структуры объектов.



• класс объектов  $Ob_C$  ;

А для каждой пары объектов  $A, B$  задано множество морфизмов (или стрелок)  $Hom_C(A, B)$ , причем каждому морфизму соответствуют единственные  $A$  и  $B$

Монáда — особый тип данных в языках программирования, для которого возможно задать последовательность выполнения операций над хранимыми значениями.... с побочными эффектами (например, с помощью функциональных языков можно осуществлять императивные операции)

$$\begin{array}{ccc} \Phi(X) & \xrightarrow{\Phi(f)} & \Phi(Y) \\ \eta_X \downarrow & & \downarrow \eta_Y \\ \Psi(X) & \xrightarrow{\Psi(f)} & \Psi(Y) \end{array}$$

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика»

Ю. А. ГАСТЕВ

## ГОМОМОРФИЗМЫ И МОДЕЛИ

Логико-алгебраические аспекты  
моделирования

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1975

**Морфизм** - морфизм представляет собой сохраняющее структуру **отображение** одной математической структуры в другую того же типа  
**Изоморфизм** (от греч. ἴσος - равный, одинаковый и μορφή - форма) - **отношение** между объектами, выражающее в некотором смысле тождество их структуры (строения)

**Гомоморфизм** — это морфизм в категории алгебраических систем, то есть **отображение** алгебраической системы  $A$ , сохраняющее основные операции и основные отношения.

**Модель** (от лат. modulus — «мера, аналог, образец») — это упрощенное **представление** реального устройства и/или протекающих в нем процессов, явлений.

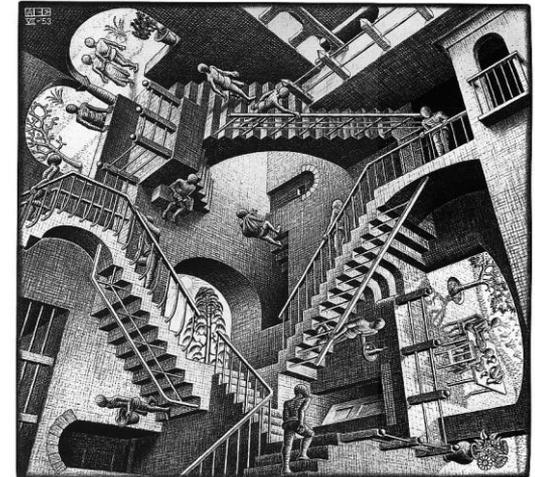
# Что обсудим на этом занятии: ГДЕ Frontier of modelling - самореференции на ОСНОВЕ Computation , Learning and AI



Феномен **самореференции** (**self-reference**), - это «наведенное» (индуцированное) свойство, возникающее в сложных системах наделенных **strange loop** или циклической структурой, которая проходит через несколько уровней иерархии целостной системы и попадает в исходную точку (Эшер: moving only up or down the levels of the hierarchical system, **one** finds oneself where **one** began).

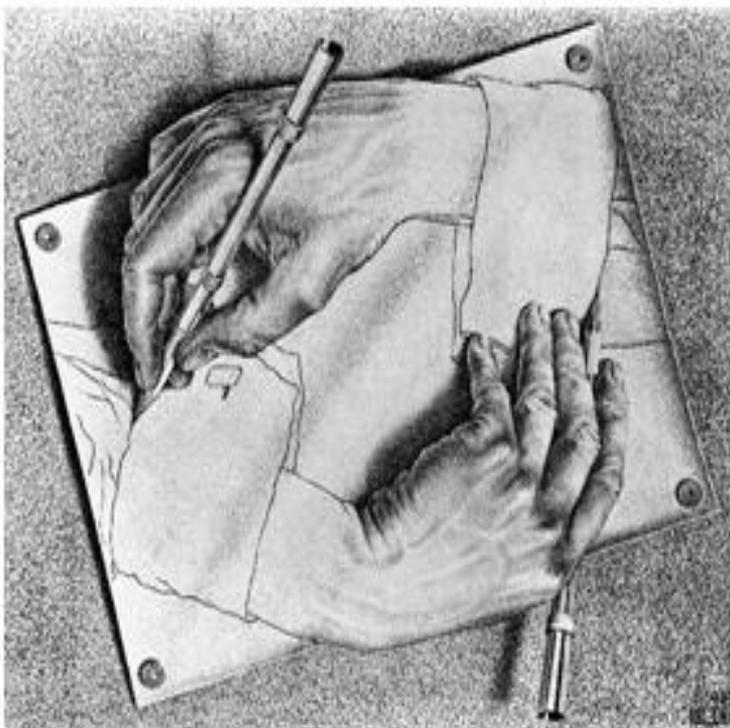
<https://www.youtube.com/watch?v=IbjF5VjniVE>

Лекция: The Next Frontier in AI: Unsupervised Learning



# Самореференция: ИНФОРМАЦИЯ из ИНФОРМАЦИИ: процессы в «запутанных» СИСТЕМАХ Хофштаттера

Картина Эшера рисующие руки



Пример взаимного сосоздания и циркулярной причинности.  
Метафора странной петли Хофштаттера



Референции бывают

- числа-числа

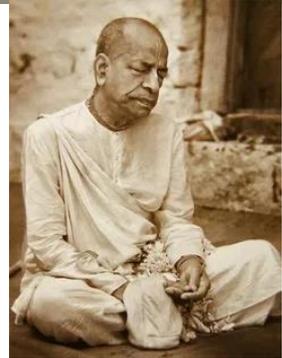
или

- «рисунок»- «рисунок»/паттерн-паттерн

Рассмотрим мета-последовательности Фибоначчи  
Если числа Фибоначчи определяются суммированием двух предыдущих членов, то предыдущие два члена мета последовательности  $Q$  определяют, насколько нужно **отодвинуться назад**, чтобы взять члены последовательности для их дальнейшего суммирования



# Самореференция: Информационная /физическая модели реальности



The shadow is incorporeal and devoid of authenticity, but from the shadow we can judge the properties of reality

Тень бесплотна и лишена подлинности, но по тени можно судить о свойствах реальности.

Ш. Прабхупады  
(1896 -1977)

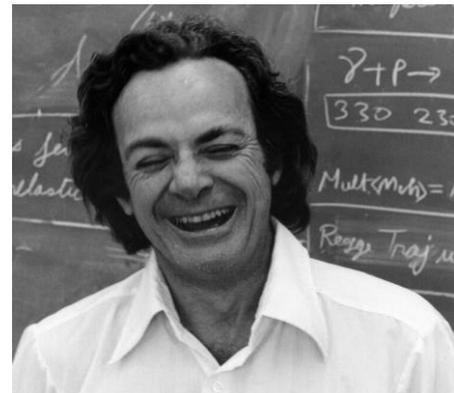


Под интуицией я подразумеваю не зыбкое свидетельство чувств и не обманчивое суждение воображения, а понимание ясного и внимательного ума, настолько отчетливое, что не остается совершенно никакого сомнения относительно того, что мы разумеем.

Р. Декарт  
(1596 – 1650)

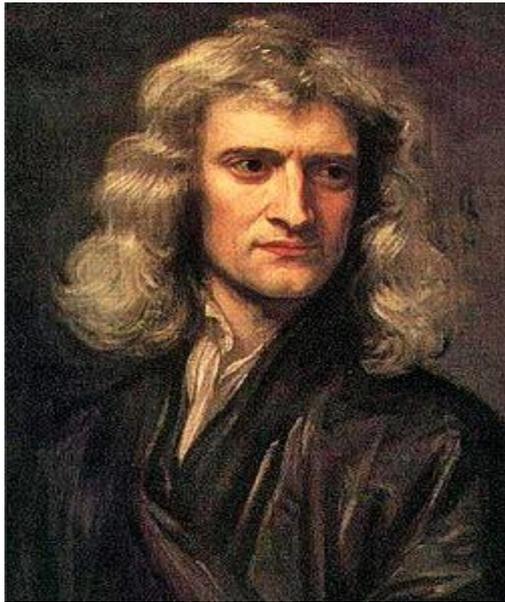
By understanding, I mean forming a physical picture that intuitively feels perfectly clear.

Р. Фейнман  
(1918-1988)



Is a number a quantity or a ratio of quantities ?

By a number I do not mean so much a set of units as an abstract ratio of some quantity to another quantity of the same kind, which we take as a unit .



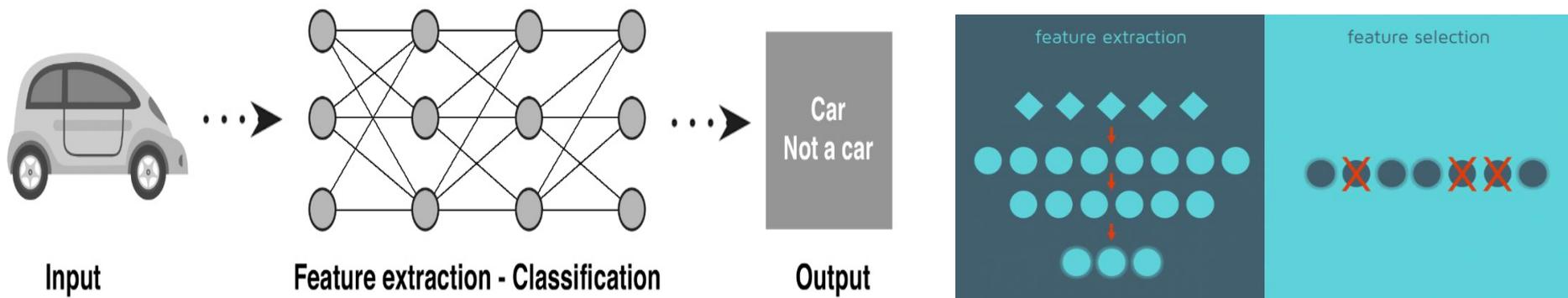
И. Ньютон  
(1643 – 1727)

Фундаментальная проблема компьютерных наук:  
объективизация информации, понятий и  
отношений

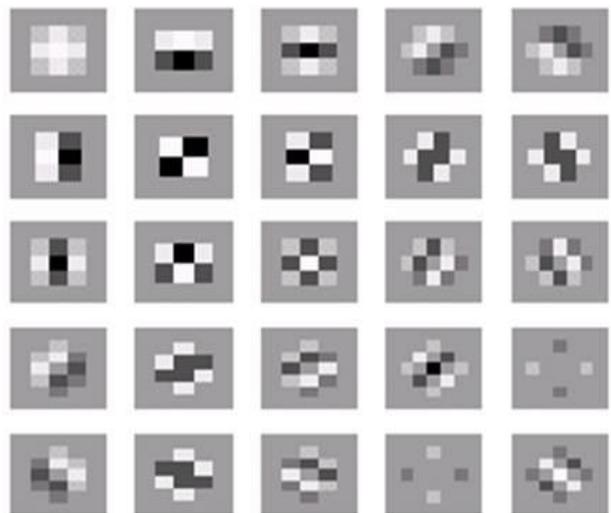
С античных времен числа изучаются как некие объекты, однако эти объекты никто не может «потрогать», т.к. они не имеют физических носителей, веса или площади. В компьютере «число» можно потрогать.... как физический объект.....

# Что надо понимать , чтобы результат машинного «обучения» не стал лишь «тенью» реальности

- **Traditional approach**  
feature extractor + trainable classificatory
- **Modern mainstream technology**  
feature extractor + mid-level features trainable classificatory
- **Future representations multi-level medical system**  
feature extractor +  
mid-level features +  
high-level features +  
feature transformation (validation, selection) +  
trainable classificatory (predictive model) +  
diagnostic results



## Feature Extraction

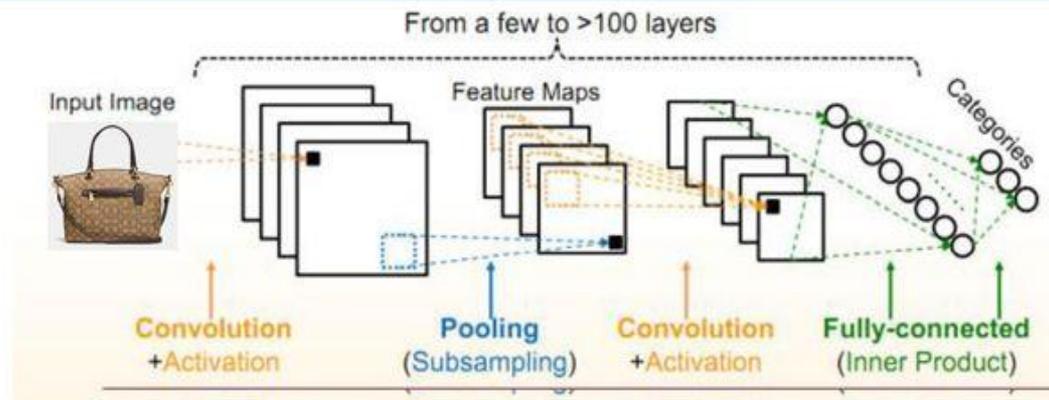


- 25 Primitive features like edge, color are extracted directly from the image
- These 25 features are used as input to next round of feature extraction yielding  $25 \times 25 = 625$  features
- This 625 features can be used as input to compute  $625 \times 625 = 15,625$  features

Вопросы:

- Как должна быть «организована» система восприятия, чтобы она эффективно «выделяла» признаки, которые никогда не «присутствовали» в обучающей выборке ?
- Какие процессы – **детерминированные** (физические) или **вероятностные** (информационные) - управляют феноменом **превращения данных в «паттерн»**, имеющим мыслимые свойства
- Существует ли объективная (физическая) граница, которая проходит между этими процессами ?

# CNN: Hierarchical Feature Extractors



Low level features



Mid level features



High level features

# Фундаментальное свойство физической реальности: счетная «аддитивность»

## Аксиома Архимеда.

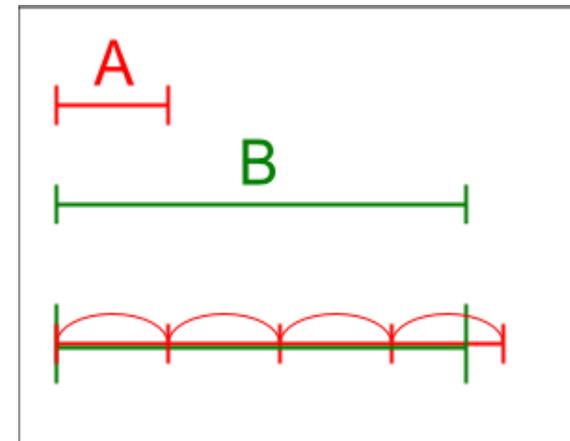
Формулировка: Имеется два отрезка. Отложив достаточное число раз меньший из двух отрезков, можно покрыть больший из них.

**Суть аксиомы** заключается в отсутствии в природе бесконечно малых величин, т.е. для любых двух элементов  $A, B > 0$  существует целое число  $n$  такое, что  $n \cdot A > B$ ,  $n > 1$ , однако  $n \cdot 0 = 0$

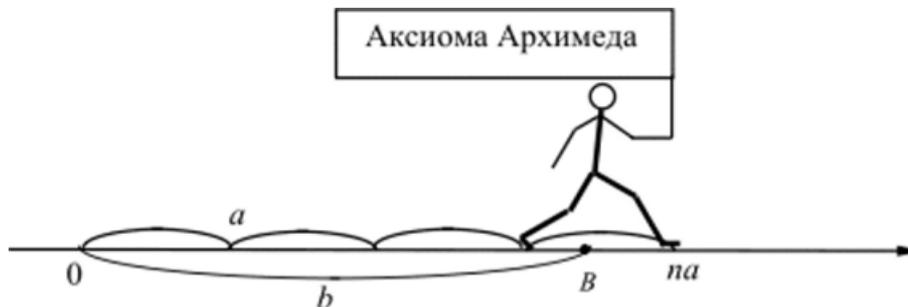
на языке современной математики аксиома Архимеда утверждает буквально следующее: **Не существует бесконечно малых и бесконечно больших величин.**

Если математическая структура удовлетворяет аксиоме Архимеда - то такая структура называется архимедовой.

Простейший пример «архимедового поля» множество вещественных чисел.

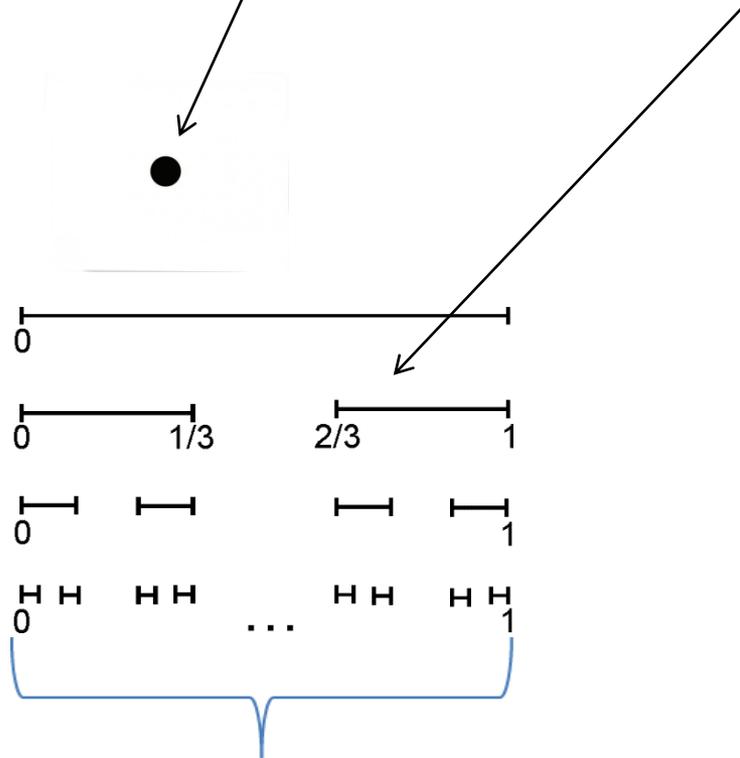


$n$



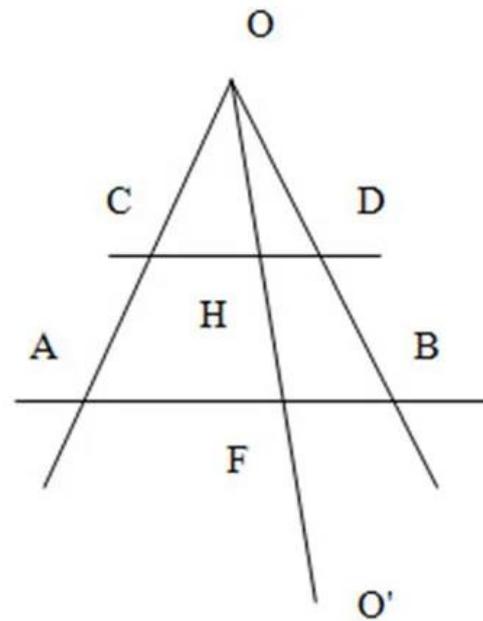
# Что делать с противоречиями в основах современной математики (аксиома выбора)

Как из нульмерных объектов, каким является математическая **точка**, построить не нульмерный протяженный объект, например **отрезок** ?



Формально любое счётное объединение объектов **меры 0**, дает множество **меры 0**

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(E_i)$$



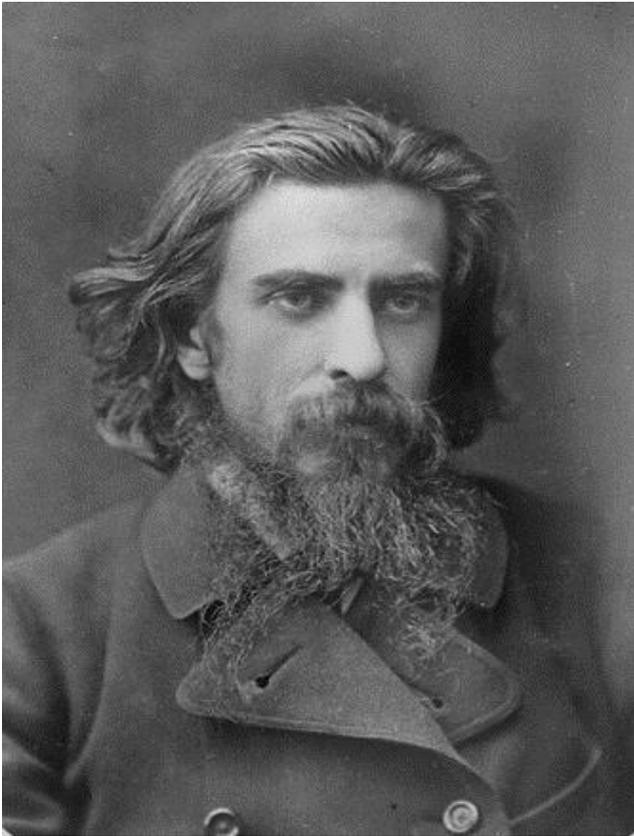
Количество точек на **AF** и **CH** одинаково ?

Это противоречие свойственно для всех хаусдорфовых пространств, к которым относятся все метрические и метризуемые пространства, в том числе **евклидово пространство**

# Числа как «тени» реальности

«Милый друг, иль ты не видишь, что всё **видимое нами** —  
Только отблеск, **только тени** от незримого очами».

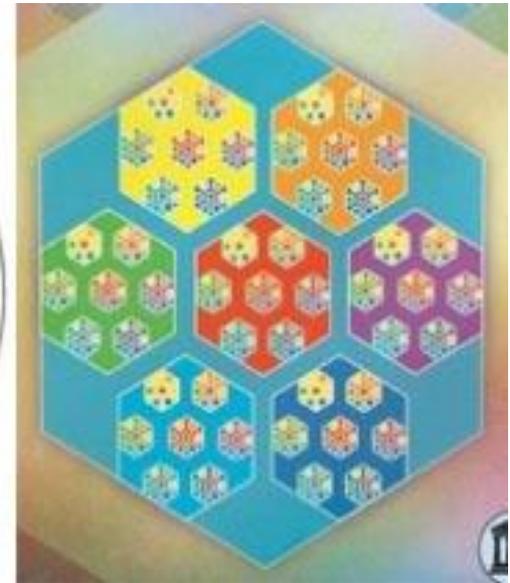
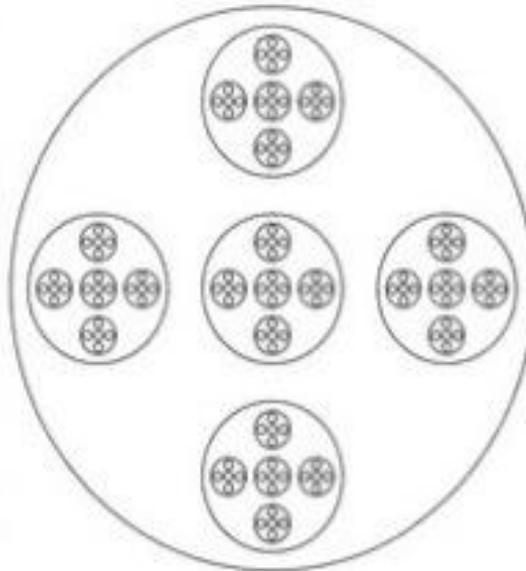
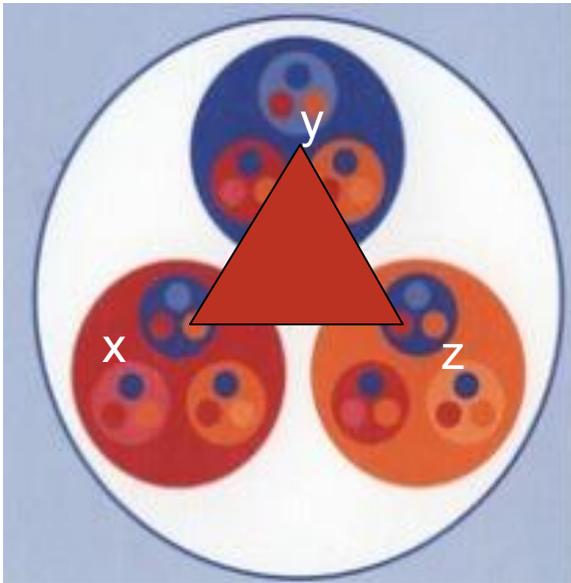
В.С. Соловьёв (1853 - 1900)



академик Императорской  
Академии наук по разряду  
изящной словесности

# Неархимедовы метрические пространства – Strange Loop ИЛИ пространства информационных процессов.

поле  $p$ -адических чисел - **ультраметрические пространства** или системы бесконечно вложенных друг в друга объектов



В ультраметрическом пространстве у треугольника не бывает самой длинной стороны: либо равны все три, либо одна короче, а остальные две — равны

$$d(x, z) \leq \max(d(x, y), d(y, z))$$

Пример: из принципов квантовой механики, невозможно измерить расстояния, меньшие «планковской длины», что нарушает аксиому Архимеда для метрических пространств

- «Классическая» картина пространства экспериментальных исследований , описываемая ньютоновскими законами движения и соответствующая опыту в «мыслимых масштабах», **не способна отразить полную картину происходящего.**
- Возможности прямого восприятия происходящих процессов с помощью органов чувств и приборных измерений **объективно скрывают** ключевые аспекты процессов, лежащих в основе наблюдаемых явлений, формируя аналоги «кинореальности», в которой истинна это лишь атрибут рациональных знаний, которые не противоречат ( **ЛОГИЧЕСКИ СЛЕДУЮТ** из....) из субъективной модели мира :
  - **«...тем хуже для фактов, если они не укладываются в теорию»**
- **Сложность является ключевым фактором** описания реальности:
  - Так, физическое свойства «точной позиции» квантового объекта в силу неравенства Гейзенберга не существует, пока не будет «измерены» или «вычислены»
  - Модальность логических законов необходимо учитывать при моделировании
  - Теория истины как тождества и Тождество неразличимых Лейбница (никакие два отдельных предмета не могут быть в точности одинаковыми)

**М. Планк**