



Весьма вероятно наступление невероятного

*Агафон
папа римский,
с 678 по 681 гг. н.э.*

Теория информации

ЛЕКЦИЯ 7Х: ИНФОРМАЦИЯ vs ЭНТРОПИЯ

14.10, 11.11.2021

Д/З: понимается под этими терминами (примеры)

- «Интенсионал» (содержание понятия)
- Экстенционал (объем понятия)
 - *Понятие «персональный компьютер».*
 - *Его интенционал: «Персональный компьютер — это ЭВМ, которую можно поставить на стол и купить менее чем за \$1000-2000».*
 - *Экстенционал этого понятия: «Персональный компьютер — это Mac, IBM PC, Acer...»*

Тематика лекции

- Вероятность
- **Информация и энтропия. Виды информации**
- Статистика

Напоминаем, что обсуждали на предыдущих лекциях

- Описание в объектах **пространстве состояний** в базисе причинно-следственных связей, отражающих природу законов сохранения, приводит к различным аксиомам симметрии: «обратимым во времени» процессам, симметрии «причина-следствие» или «прошлое-будущее».
- Базис информационного пространства X пространстве возможностей состоит из альтернативных (несовместных) событий. Метрика такого **пространства возможностей т.е.** (X, d) , где $d(x, y)$ – числовая функция, или **метрика** задается с точностью **до вероятности – неотрицательного вещественного числа.** Однако, в вероятностном пространстве X нет аксиомы симметрии причины любого движения и его следствия, т.е. функция **$d(x, y)$ не равна $d(y, x)$.**

Напоминание: что такое метрика пространства

- **Метрика пространства** это пара (X, d) , где X – множество, а d – функция, определенная на декартовом произведении $X \times X$.
- Элементы пространства, определённые через сходящиеся последовательности в исходном **метрическом** пространстве, принадлежат исходному пространству.
- Две последовательности x и y равны, если $d(x, y)$ стремится **к нулю**.

Презумпция непрерывности макро физической реальности

Современная математическая физика описывает реальность с помощью дифференциальных уравнений. Это означает, что реальность рассматривается как непрерывная сущность.

Однако, интеллект **нарушает презумпцию непрерывности физической реальности**, разделяя ее на **понятия**, из которых **сознание** строит субъективную модель, поэтому такая модель принципиально имеет «дискретный» (логически инспирированный) характер процесса познания и, значит, этот процесс имеет иерархическую структуру.

С чего все началось: как в физике «появилась» понятие информация

- Термодинамика Л. Больцман: применил статистическую трактовку 2-ого начала термодинамики, ввел понятие H-функции состояния макроскопической системы, энтропии $-H = S = k_B \cdot \ln W$ для описания **неупорядоченности** молекул, участвующих в реализации неравновесных процессов, что привело к появлению понятий постоянная Больцмана k_B , и «стрела времени» - характеризующих феномен отсутствия симметрии явлений «прошлое-будущее».
- Квантовая механика, Н. Бор: "мы не можем отследить точное местоположение частицы не потому, что у нас недостаточно **информации** о ней, а потому-то **физические свойства "точной позиции"**, в действительности **не существуют**, пока не будут измерены».
- Теория передачи сообщений (информации) Клод Шеннон. Передача сообщения через канал, в котором есть аддитивный шум, может привести к потере сообщения, однако состоявшееся и хранящаяся в памяти сообщение можно повторить еще раз. Потери информации в пространстве компенсируются «удлинением» передачи во времени.

Проблема «необратимости»

- Методологическая суть проблемы: противоречие между обратимостью во времени процессов на уровне микроскопического описания реальности (механика, квантовая физика) и термодинамической необратимостью на макроскопическом уровне (парадокс направления «стрелы времени»)
- А также, «несимметричность» описания характеристики, аналогичной энтропии, в живой и не живой природе.

Информационный парадокс Гиббса

- Парадокс Гиббса — отсутствие непрерывности для энтропии при переходе от смешения различных газов к смешению тождественных газов. Суть: непрерывный переход от смешения различных газов к смешению одинаковых невозможен.

- Возрастание энтропии при смешении различных идеальных газов равно

$$\Delta S = R \sum_i n_i \ln (n/n_i)$$

, где R - газовая постоянная, число молей n_i компонентов смеси и n - их сумма, но не зависит от природы смешиваемых газов.

- Но если считать смешиваемые газы одинаковыми, то формально энтропия все равно возрастает, даже если смешиваемые доли находятся в одинаковом термодинамическом состоянии, хотя очевидно, конечное состояние смеси макроскопически не отличается от начального, т. е. приращение $S=0$.

Почему так происходит

- Парадокс «скачка» энтропии, полученный в рамках классической термодинамики при смешении одинаковых газов связан с некорректным переносом содержания понятий из одной сферы знаний в другую не приемлемо. Это прежде всего касается понятий энтропия и информация.
- Непригодно привлечение понятия «молекула» для объяснения уравнения $1+1=1$, полученного в рамках арифметики.

Вывод: результаты, полученные в рамках одной теории, нельзя без должного обоснования переносить на другую теорию.

Пример: Может ли «вероятность» быть > 1 ?

Понятие «статистический вес» — физическая величина, определяющая в квантовой механике количество различных квантовых состояний системы с одинаковой энергией. Это количество способов (микросостояний системы), которыми может быть реализовано данное макроскопическое состояние с системы.

- статистический вес является безразмерным целым числом, большим или равным единице $w \geq 1$. Иногда статистический вес называют также **термодинамической вероятностью**, хотя ... вероятность обычно определяется как действительное число в интервале от 0 до 1.
- Энтропия S системы и её статистический вес связаны соотношением Больцмана: $S = k \ln w$ (здесь k — постоянная Больцмана).
- Статистический вес, определённый через фазовый объём или число микросостояний, является мультипликативной физической величиной: если система состоит из двух невзаимодействующих подсистем со статистическими весами w_1 и w_2 , то общий статистический вес системы $W = w_1 * w_2$.

Аксиоматика и принципы: между точностью и результативностью «вычисленного» вывода

- Аксиома компьютерных наук: в информации, получаемой человеком с использованием органов чувств и... приборов, в **с вероятностью =1** находятся сведения в объемах **достаточных** для построения .
- Возможности построения «data-driven» (информационной) **модели реальности** появились тогда, когда стало возможным (благодаря развитию мозга) не только получать «данные», но и хранить их неограниченного долго, обобщая результаты и выявляя причинно-следственные связи, а также формируя различные ассоциации.
- В рамках «data-driven» подхода существует две возможности:
 - формализация или дедуктивная /логико-алгоритмических форма представления модели и
 - ассоциация или индуктивная / экспериментально-вероятностная форма представления модели

«Информационный принцип дополнительности»

- На пути доминирования первого подхода лежать фундаментальные проблемы «полноты и непротиворечивости» формальных систем, неустранимых алгоритмических ошибок, комбинаторная сложность проблемы оптимального выбора, а также недостаточная точность (глубина) анализа последствий «вычисляемых» решений.
- На практике же востребован «информационный принцип дополнительности» - симбиоз дедуктивных (алгоритмических) и индуктивных (эмпирических) подходов, которые путем взаимной верификации получаемых результатов смогут гарантировать эффективность принимаемых решений

Еще раз об энтропии «простыми словами»

Это есть многосложное понятие. В физике энтропия — мера дезорганизации или разрушения «причинно-следственных связей» между компонентами системы. Что может **противостоять энтропийным** процессам?

- сведения, являющиеся объектом хранения, передачи и переработки;
- совокупность данных, выражаемых при помощи цифр и используемых при сборе и обработке каких-либо сведений;
- сигналы об окружающем мире, которые воспринимают организмы в процессе жизнедеятельности;
- в генетике — совокупность химически закодированных сигналов, передающихся от одного живого объекта другому
- в кибернетике — количественная мера устранения энтропии (неопределенности), мера организации системы.

Однако

- явления порядка и беспорядка не встречаются в чистом виде, а находятся в неразрывном единстве, другими словами, в любом беспорядке есть элементы порядка — если не нынешнего, то будущего.
- Суть природного механизма упорядочения реальности (материального мира) — в постоянном переходе (взаимном переходе) порядка и беспорядка — информации и энтропии.

Сложности описании информационных процессов

- Основа современного научного подхода – редукционизм, т.е. **сведение изучаемого процесса к его причине**. Это позволяет использовать детерминированное математическое описание процессов, однако при этом действует жесткое ограничение: симметрия «прошлое-будущее».
- В 18 веке Г. Лейбницем был сформулирован принцип «достаточного основания»: **полная причина любого превращения (движения во времени) эквивалентна его полному следствию и функция метрика $d(x,y)=d(y,x)$...т.е. «стрела времени» ни какой роли не играет, но необходимо помимо закона движения знать **информацию**, а именно, начальные состояния **$x(t_0)$ – точки в пространстве возможностей**.**
- В реальности кроме **$x(t_0)$** нужна **информация**, которая позволяет **объяснить** появления именно этого начального состояния, что фактически нарушает **симметрию прошлого и будущего, т.е. появляется «стрела времени»**.

Причина-ассоциация / Алгоритм-субстанция

- В итоге было установлено, что математика – суть тавтология, поэтому применима и эффективна только в тех случаях, когда речь идет об «однородных и делимых сущностях», для которых **логика** УЖЕ выявила и описала явные причинно-следственные связи.
- Благодаря термодинамики стало ясно, что большинство взаимосвязей в природе не носят причинно-следственный характер, а являются носителем ассоциативных (вероятностных), а не дедуктивных отношений, ?
- Ассоциация – это не процесс, а набор фактов, которых хранятся в памяти некоего субъекта, и являются носителями когнитивных функций восприятия и интеллекта.
- Но ассоциативное мышление человека – это физиологический процесс, протекающий в **субстанции** мозга. Фундаментальный вопрос теории - может ли аналогичный процесс быть реализован в каком либо «компьютерном железе» - **в новой субстанции** ?

О проблеме переноса понятий: Асимметричность шансов и результатов - «бесполезность» средних величин».

Факт: Если строить логические выводы (алгоритмы вычислений), используя вероятностные пространства, то формальные заключения с определенной вероятностью будут ложными. На практике, **средние величины**, например, используемые в медицинских исследованиях и **вероятность благоприятного исхода** лечения — не одно и то же.

В теории игр асимметричные результаты означают, что вознаграждения в каждом случае не равны:

● Событие	Вероятность	Результат	Ожидание
A	999/1000	+1\$	+ 0,999\$
B	1/1000	-10,000\$	-10\$

Парадокс логической ошибки в пространстве возможностей

Теория вероятностей — это всего лишь
здоровый смысл, подтвержденный
вычислениями
Лаплас (1749–1827)

Итак, разные подходы к формализации подразумевают фундаментально разный смысл понятия «вероятности» и ... информации.

Пример - парадокс «Монте Карло»:

делая случайные логические ошибки в процессе вывода или вычислений, вы **получаете шанс случайно** прийти к правильному заключению.

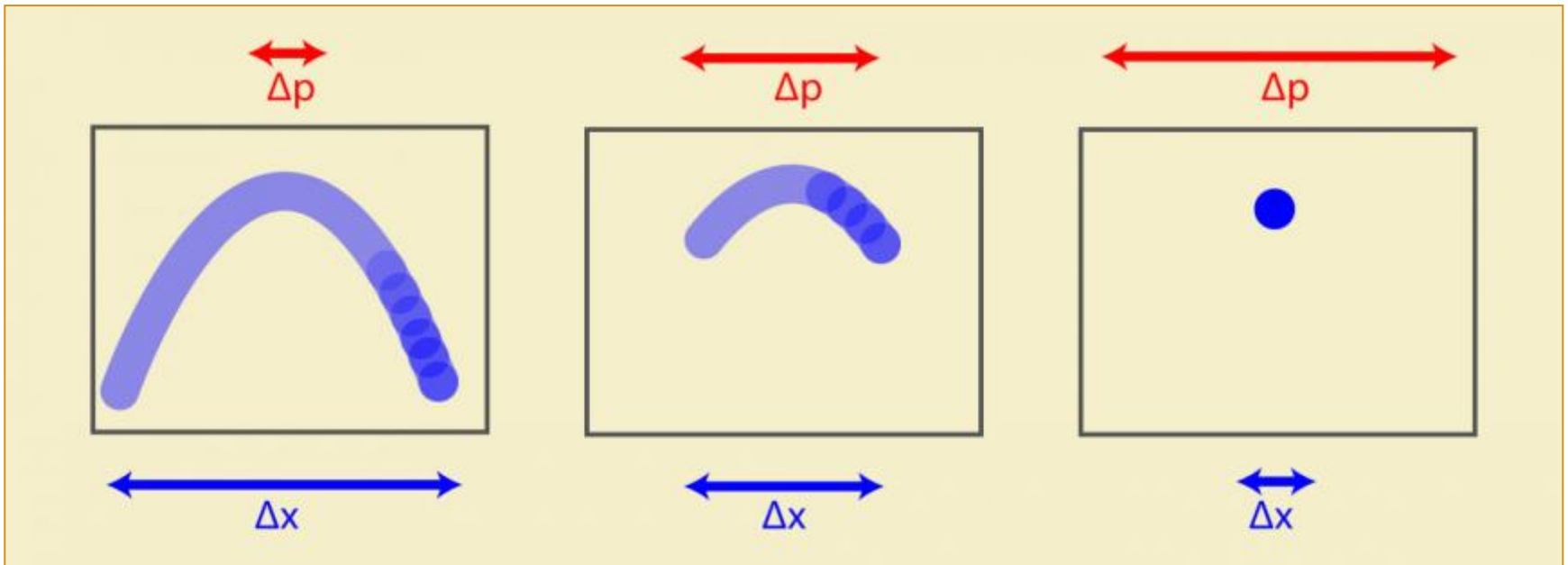
Эволюция принципов: от достаточного основания к принципу неопределенности

Динамика – это 4-х мерная геометрия

Л. Лагранж

- Принцип неопределенности (как в макро, так и микро мире) гласит: в **R^4 пространстве-времени**, чем точнее фиксировать координату объекта, тем меньше информации можно получить о его импульсе (скорости), чем точнее измеряется время, тем меньше информации можно получить об энергии.
- Нпример: Чем меньше будет выдержка, тем чётче будет локализация объекта съемки и в пределе мы получим четкий подвешенный в воздухе мяч и совершенно ничего не сможем сказать о том, по какой траектории он двигался.

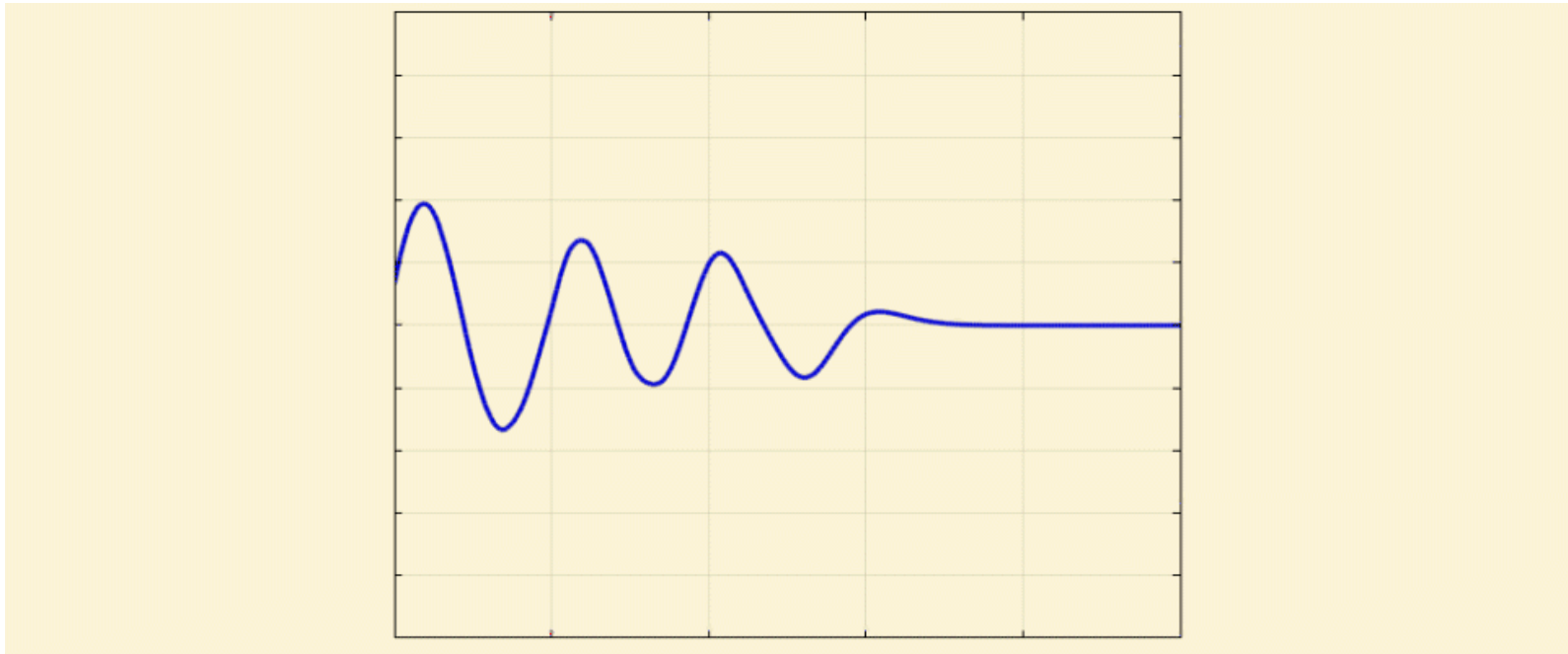
Пример 1



Три альтернативных снимка движущегося объекта, слева направо, показано как с увеличением пространственно-временного интервала (выдержки фотоаппарата), уменьшается количество информации об импульсе (траектории частицы).

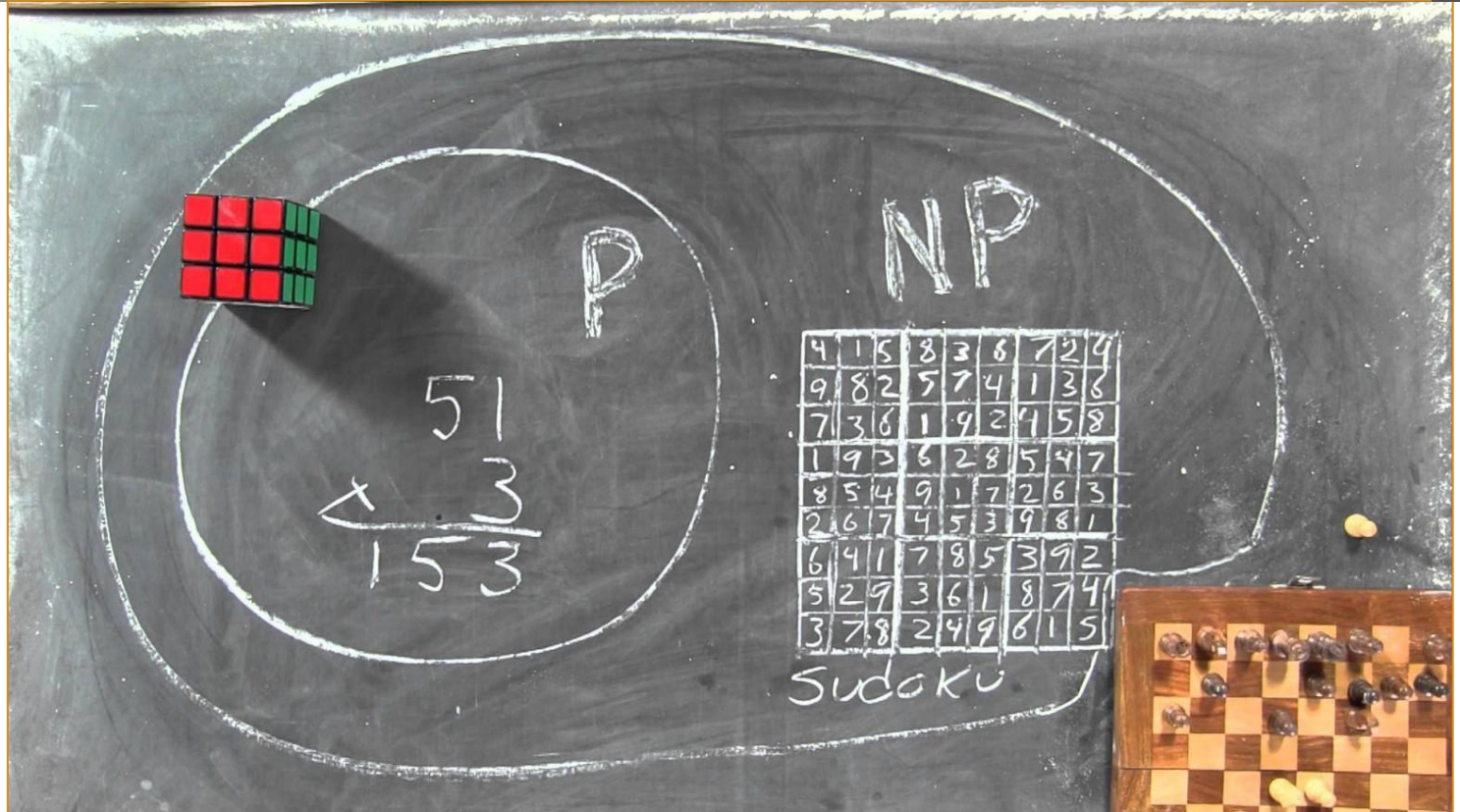
Пример. Эволюция к устойчивым состояниям при интерференции волны

22



Суть эволюции: как регулярная, так и случайная причина, действующая на протяжении большого интервала времени, приводит к образованию структуры. Пример образования узлов интерференции (красные точки) в одномерной стоячей волне

Сложность прогноза результатов эволюции. Как вычислить будущее ?



Суть: нерешённость проблемы равенств классов P и NP. Не строго проблему можно описать так: если есть вопрос и есть ответ на этот вопрос, и можно быстро проверить правильность этого ответа (за полиномиальное время), то можно ли так же быстро найти на этот вопрос правильный ответ (за полиномиальное время и используя полиномиальную память).

Уточнение понятий – откуда в «строгих» компьютерных науках появился класс NP

- **Класс P**
- Класс P вмещает все те проблемы, решение которых считается «быстрым», то есть время решения которых полиномиально зависит от размера входа. Сюда относится сортировка, поиск в массиве, выяснение связности графов и многие другие.

.

Класс NP - non-deterministic polynomial

- Класс NP содержит задачи, которые недетерминированная машина Тьюринга в состоянии решить за полиномиальное количество шагов от размера входных данных. Их решение может быть проверено детерминированной машиной Тьюринга за полиномиальное количество шагов. Недетерминированная машина Тьюринга является лишь абстрактной моделью, в то время как современные компьютеры соответствуют детерминированной машине Тьюринга с ограниченной памятью.
- Детерминированная машина Тьюринга может рассматриваться как специальный случай недетерминированной машины Тьюринга, класс NP включает в себя класс P, а также некоторые проблемы, для решения которых известны лишь алгоритмы, экспоненциально зависящие от размера входа (то есть неэффективные для больших входов). В класс NP входят многие проблемы, такие как задача коммивояжёра, задача

Неустраняемая сложность- исходим из того, что реальный Мир экспоненциально сложен

Заметим, что полиномиальность или простота ответа, зависит от простоты заданного вопроса, то есть определяется возможностямикогнитивной идеализации.

Имеем, $P=NP$, но лишь в особом «функциональном пространстве», которое математическом смысле **пополнено** так, что включает в себя как **алгоритмически вычислимые, так и вероятностные, так и когнитивно определенные функции.**

- Задача 1. Найти описание законов, характеризующих проявление феномена сложности физических явлений и М.б. объясняющих простоту когнитивных функций.

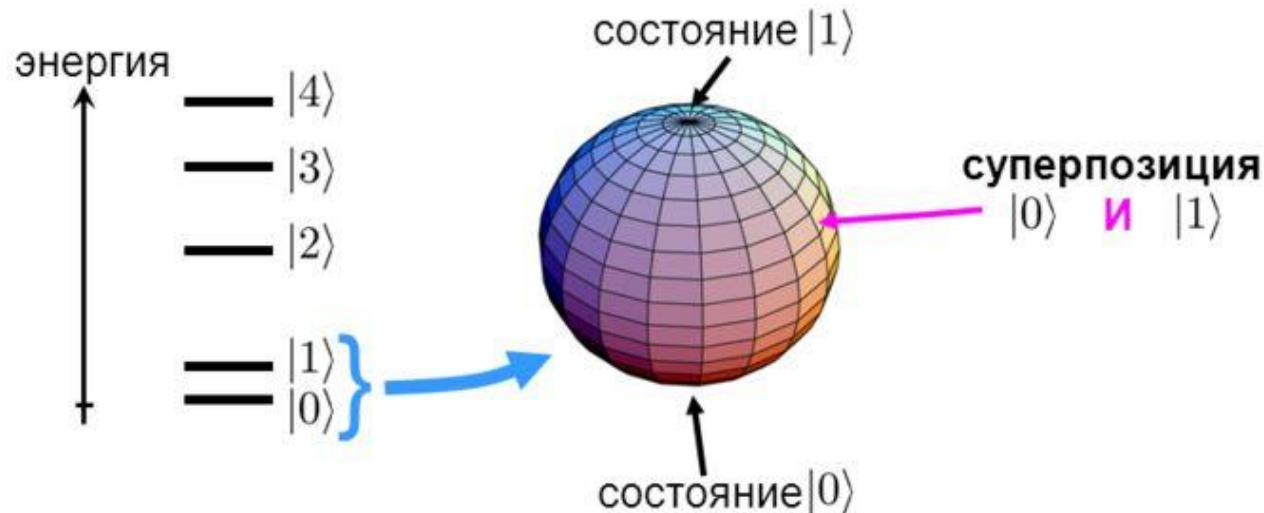
Пример – «Кинореальность» как ассоциация или аномалия, состоящая из виртуальных объектов

- «кинореальность» непосредственно не порождает физических явлений, так как «энергетически» не замкнута, но ... оказывает информационное воздействие на объекты, которые способны эту информацию воспринимать.
- «кинореальность» - это объекты, которые с точки зрения классической физики не образуют «состоявшуюся» реальность, поэтому являются виртуальными (аномальными) и не следуют законам «сохранения»....
- Однако, к «аномальным» также можно отнести объекты, наделенные памятью или сознанием, например, живые организмы, которые способны к целенаправленному «движению» под воздействием не только энергии (внешней силы), но и на основе обработки информации.

Пример: информационный феномен квантовых состояний

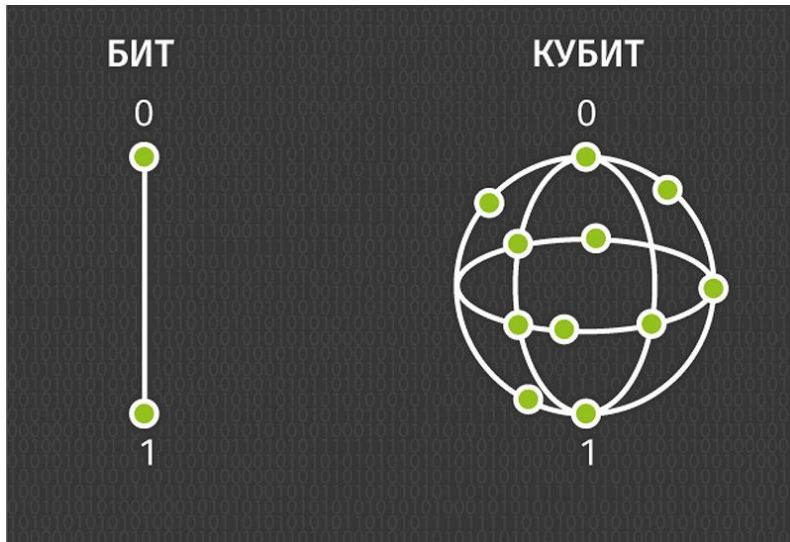
Кубит

2-хуровневая квантовая система (можно различить $|0\rangle$ и $|1\rangle$)
 может существовать в бесконечном числе
 физических состояний *промежуточных* между $|0\rangle$ и $|1\rangle$.



Квантовая система может существовать
 в двух состояниях *одновременно*

формализм «КОМПЛЕКСНЫХ» амплитуд



Когда мы образуем квадрат модуля суммы $w+z$ двух комплексных чисел w и z , мы не получаем только лишь сумму квадратов модулей этих чисел, но и дополнительную «поправочную» компоненту:

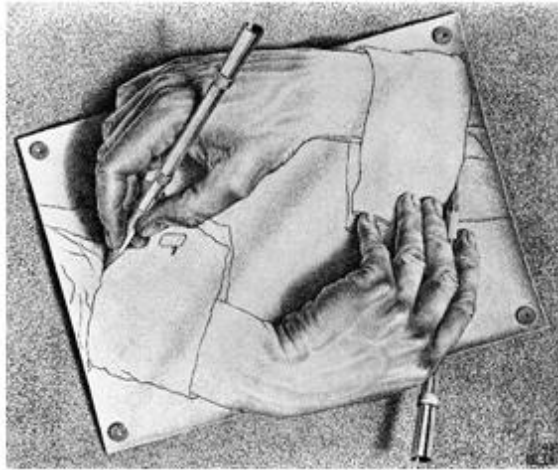
$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w||z|\cos(q),$$

где q – угол, образуемый направлениями на точки z и w из начала координат на т.н. плоскости Аргана...

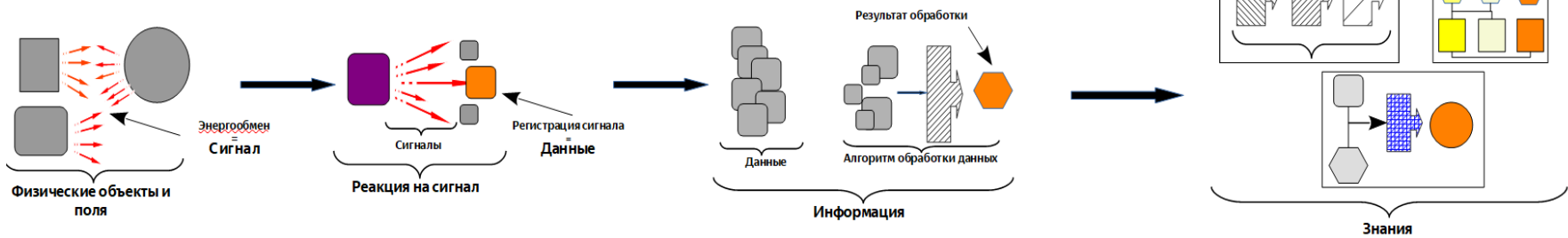
- Физики говорят, что поправочная компонента $2|w||z|\cos(q)$ описывает «квантовую интерференцию» между альтернативными составляющими объекта, но ...
интерференционное **слагаемое** не проявляется, если субъект обладает информацией («**знанием**») о траектории движения частицы.
- Такая квантовая суперпозиция (феномен в поле комплексных чисел) не имеет место для макроскопических **физических объектов** (у этих объектов нет своей **локальной памяти**), а есть **информационно-вычислительный феномен**, описывающий свойства реальности, в которую входят «аномальные» объекты.

ИНФОРМАЦИЯ В «запутанных» СИСТЕМАХ или проблема цифровой трансформации

Картина Эшера рисующие руки



Пример взаимного сосоздания и циркулярной причинности. Метафора странной петли Хофштаттера



Выводы

- Информационное описание объектов реальности основано на сокращении многообразия до уровня «наиболее значимых параметров».
- Совокупность таких параметров составляют основу суррогатной модели, которая используется в процессе интерпретации реальности
- Структуры, объекты которых способны к интерпретации реальности, не могут быть описаны феноменологическими моделями, в частности, законами термодинамики.

атрибут и функция: почему физика «обходится» без информации

- Физические процессы – это результат взаимодействия различных объектов в псевдо эвклидовом «пространстве-времени» Минковского. «Места» для хранения информации в этом пространстве нет. Но «сложные» объекты, наделенные «памятью» могут находиться:
 - в «**смеси**» состояний, т.е. одном **конкретном состоянии**, параметры которого есть результат «измерения» всех параметров «чистых» состояний его составных частей (описываются т.н. матрицей плотности)
 - в **суперпозиции – линейной комбинации** «чистых» состояний, т.е. находиться одновременно во всех «чистых» состояниях, но ... с различной вероятностью, результат измерения «коллапс» волновой функции дает случайный результат.
 - **несепарабельной суперпозиции** «чистых» состояний, т.е. запутанной (взаимозависимой) суперпозиции, которая не факторизуется на тензорные произведения «чистых» состояний. В этих условиях возможен «обратный коллапс» волновой функции.

Принцип «дополнительности» и эффект суперпозиции:



- Всякое явление природы или сложная «физическая система», не может быть определена однозначно, поэтому требует для своего описания по крайней мере двух **взаимоисключающих дополнительных понятий**. Сложный объект проявляет совокупность альтернативных состояний, поэтому его описание основано на принципе дополнительности (принцип коммутативности) Н. Бора.

- В случае квантовых явлений известны лишь волновые функции (вектора состояния из уравнения Шредингера) $|\psi\rangle$ и $|\phi\rangle$, а квантовая система может находиться в состоянии их суперпозиции

$$a|\psi\rangle + b|\phi\rangle,$$

где коэффициенты a, b – это комплексные числа,

$$\text{такие что } |a|^2 + |b|^2 = 1.$$

- Если возможные численные значения «состояния» системы обозначим q , то величина q «вычисляется» как **собственные значения (СЗ)** оператора энергии Q квантовой системы (Q – это гамильтониана системы или оператор ее полной энергии). СЗ вычисляются как решение уравнения:

$$Q|\psi\rangle = q|\psi\rangle$$

- Собственный вектор оператора Q образуют базис комплексного гильбертова пространства состояний квантовой системы

$$|\phi\rangle = \sum a_j |\psi_j\rangle \quad \sum |a_j|^2 = 1$$



Эволюция вектора состояний как детерминированный процесс

Оператор U порождает «движение» в соответствии с формулой :

$$|\phi(t)\rangle = U|\phi(0)\rangle,$$

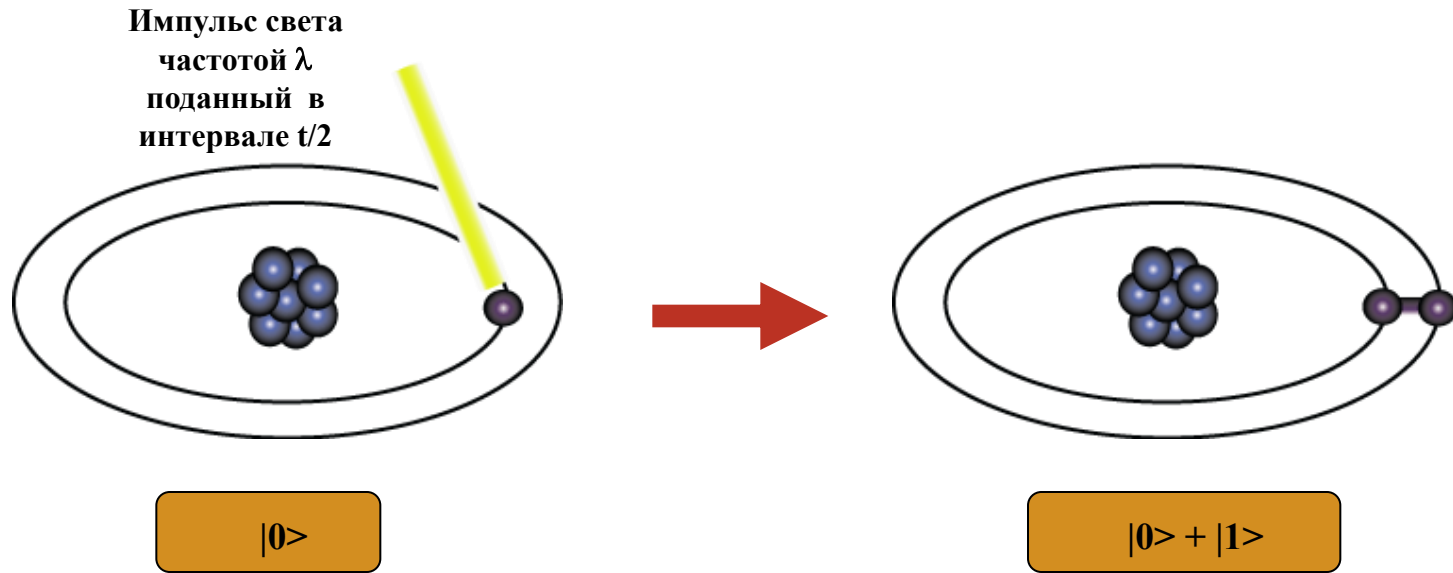
где U отвечает уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\phi\rangle = H |\phi\rangle \quad U = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int H dt\right)$$

«Запутывание» атома в силовом поле



Как возникает суперпозиция



В случае, когда кубитов 3, то суперпозицию всех 8 возможных состояний можно записать как:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}} |000\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}} |001\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{8}} |111\rangle$$

Предварительные выводы

- Суперпозиция это «особое» состояние материи, которое может относиться как физической, так и когнитивной реальности.
- Суперпозиция является не столько физическим, но и **информационно-вычислительным феноменом**.
- «Носителем» этого феномена является **«физическое» вероятностное пространство**, потенциально возможных «чистых» состояний. Для существования такого «пространства» необходимо материю наделить особым ресурсом, а именно память – механизмом переноса состояний во времени.
- Рассматривая информацию как феномен реальности, можно предложить «формулу» физической реальности :

материя= (вещество + энергия) + информация.

Почему нужна «новая физика информационных процессов» - компьютерные науки

Примеры, когда правдоподобное объяснение процессов в рамках классической физики найти невозможно:

- поведение косяка мелких рыбешек или мелких птиц перед отлетом их на юг;
- поведение толпы людей на концерте популярного ансамбля;
- явления предшествующие землетрясению: поведение животных, заряженные частицы в атмосфере, свечение воды, образование облаков и пр.;
- кооперативные явления в природе и обществе, самоорганизация, фликкер-шум и пр.;
-

Пример: Макроскопическая МНОГОЧАСТИЧНАЯ информационная ЗАПУТАННОСТЬ



Случай
политическая



случай
классическая

«МОНОГАМИЯ»:



Topological order and quantum entanglement

Michael Levin, Xiao-Gang Wen

MIT

<http://online.itp.ucsb.edu/online/qubit06/levin/>

LIGO

MIT Radiation Pressure Experiment Optical Coatings: Noise and Other Issues



Tim Bodiya

MIT: S. Ackley, T. Corbitt, D. Sigg, N. Smith, C. Wipf, N. Mavalvala
Caltech: Y. Chen, R. Bork, J. Heefner, S. Whitcomb, S. Danilishin
AEI: H. Ebhardt-Mueller, H. Rehbein, K. Somiya
LIGO Hanford Observatory: D. Sigg

Workshop on Optical Coatings in Precision Measurements
March 20-21

<http://www.ge.infn.it/~gemme/virgo/CoatingWorkshop/bodiya.pdf>



Quantum Information Technology: Entanglement, Teleportation and Quantum Memory

October 23, 2002

Applications of Entanglement

Seth Lloyd

MIT Department of Mechanical Engineering

Пример: описание единичного кубита

2-мерное гильбертово пространство с базисом $|e\rangle, |g\rangle$

$$|e\rangle = 1 \cdot |e\rangle + 0 \cdot |g\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |g\rangle = 0 \cdot |e\rangle + 1 \cdot |g\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Волновая функция кубита эволюционирует в 2-мерном гильбертовом пространстве

$$|\phi\rangle = a|e\rangle + b|g\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Скалярное произведение $\langle \phi_k | \phi_l \rangle = \begin{pmatrix} a_k^* & b_k^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_l \\ b_l \end{pmatrix} = a_k^* a_l + b_k^* b_l$

Операторы, действующие на состояния кубита -2×2 матрицы $Q|\phi\rangle = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11}a + q_{12}b \\ q_{21}a + q_{22}b \end{pmatrix}$

Все возможные состояния связаны унитарными преобразованиями

$$|\phi\rangle \rightarrow U|\phi\rangle \quad U = \begin{pmatrix} c \exp(-i\alpha) & -t \exp(i\beta) \\ t \exp(-i\beta) & c \exp(i\alpha) \end{pmatrix}, \quad c^2 + t^2 = 1$$

Разные состояния кубита не всегда различимы.

При измерении состояния $|\phi_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ есть возможность обнаружить другое состояние $|\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ с вероятностью $P = |\langle \phi_2 | \phi_1 \rangle|^2$

Различимы только ортогональные состояния, например, собственные состояния эрмитовых операторов.

- Физика запрещает передачу информации «в пространстве-времени» со сверхсветовой скоростью. Это объясняется принципиально вероятностным характером измерений и теоремой о запрете клонирования.
- Вероятностная природа измерений (результат того, куда перейдет суперпозиция – случаен) открывает новые возможности не только описания, но и формирования реальности за счет т.н. слабых квантовых измерений (англ. weak quantum measurement), когда заданная последовательность таких измерений прерывается, когда достигнуто «желаемое» состояние.