



История и методология математики и компьютерных наук

Кто отказался от излишеств,

тот избавился от лишений.

Иммануил Кант

Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

Лекция 9

**От проблемы алгоритмической
вычислимости к ВЫЧИСЛИМОСТИ
КОГНИТИВНЫХ функций
ОГРАНИЧЕННОЙ РАЦИОНАЛЬНОСТИ**

10 ноября 021 г.

Что было на прошлой лекции

- Развитие теории множеств
 - *«Множество — это большое количество, которое позволяет воспринимать себя как одно» — Георг Кантор*

в направлении методов теории категорий, в которой в аксиоматическое определение элементов, из которых состоят объекты множества, входят также способы их преобразования.
- Таким образом в рамках теории категорий
 - объекты оказываются предельным случаем (результатом) процесса преобразований элементов некоторых множеств, а предметом научных исследований становятся способы (операции) преобразований, т.е. процессы.
- Был описан путь «интеллектуальной эволюции» современных технологий: от программирования к обучению и далее к научению систем.
- Аксиоматика нейронаук:
 - любой конечный автомат, реализующий набор частично рекурсивных функций, можно заменить искусственной нейронной сетью

- Роль аксиомы выбора в обосновании математических наук
- Обучение vs научение компьютерных систем .
- Можно ли мозг человека отнести к категории объектов «вычислительная машина», решающая задачи предсказания ?



ПОЛИТЕХ

О ЧЕМ БУДЕТ ЛЕКЦИЯ: В ЧЕМ СУТЬ «МАТЕМАТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ» КОТОРАЯ ПРОИЗВОДИТСЯ В КОМПЬЮТЕРАХ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ФИЗИКИ?

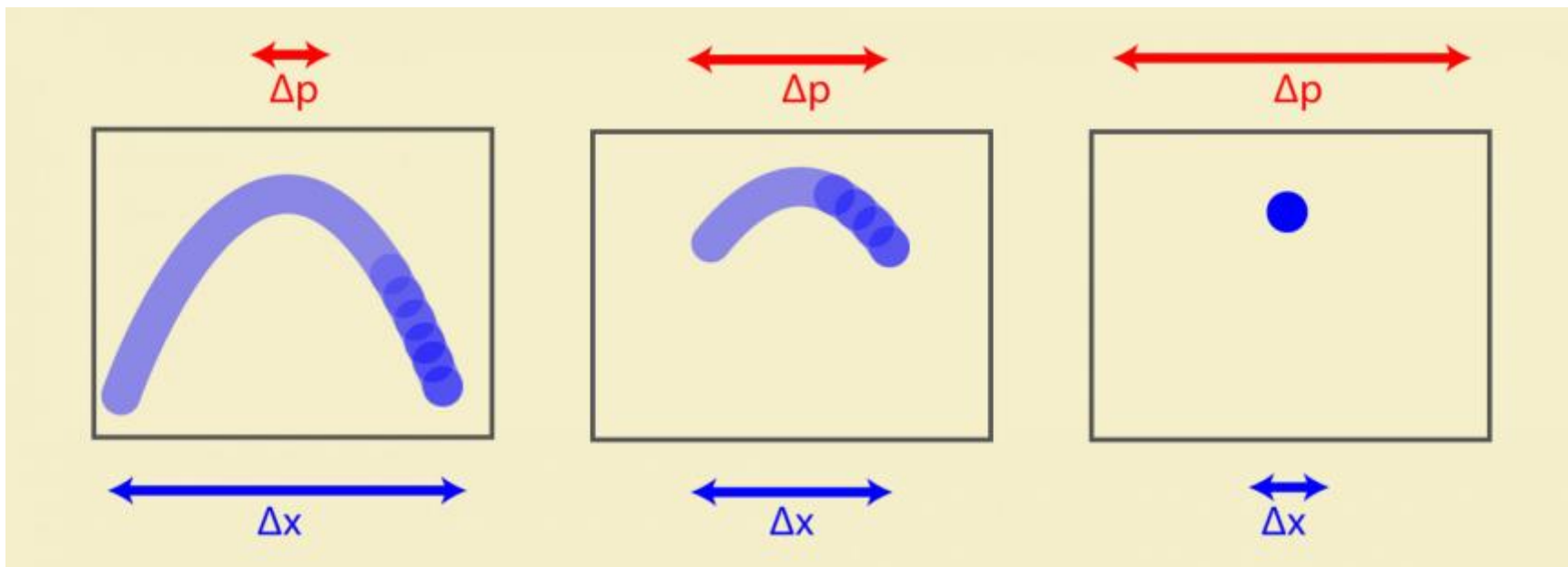
компьютер можно представить как «двигатель», который рассеивает энергию, выполняя математическую работу

Ч. Беннет, 1981

Формально любой алгоритм вычислений с точки зрения физики задает «траекторию» движения (чего) в «лабиринте» возможных состояний конечного автомата – программируемого компьютера. Алгоритмом может быть «программа», но может быть сама структура «вычислителя»

Можно ли так сформулировать *концепцию* «вычислений», так чтобы достигать «математически значимого» результата, при этом не только **потребляя энергию, но и получая объяснение полученных результатов** ?.

ПРИМЕР 1: КТО ОБЪЯСНИТ, С КАКОЙ ТОЧНОСТЬЮ НАДО ПРОВОДИТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ?



Три альтернативных фотографии движущегося физического объекта: с увеличением пространственно-временного интервала (выдержки фотоаппарата), уменьшается количество информации об импульсе (траектории движения объекта). В силу физических законов с одинаковой точностью измерить координаты и скорость физического объекта сложно. Почему ?



ПОЛИТЕХ

ПРИМЕР 2: ПРОБЛЕМЫ «ЧАСТИЧНОЙ» ФОРМАЛИЗАЦИИ. КАК УЧЕСТЬ КОНТЕКСТ ?

Дано:

$$\frac{1+\sin x}{n} = \frac{1+\cancel{\sin x}}{\cancel{n}} = 1 + \text{six}$$
$$= 7$$

Почему так 😊

$$\begin{aligned} \frac{1+\sin x}{n} &= \\ &= \frac{1+\cancel{\sin x}}{\cancel{n}} = \\ &= 1 + \text{six} = \\ &= 7 \end{aligned}$$

Или : дано предложение «**1 плюс три = ?** ». Вопрос как (можно ли в принципе) построить автомат: который может **вычислить** “правильное” решение» ?

В биологии :

Когнитивные процессы – совокупность процессов, обеспечивающих преобразование сенсорной информации от момента попадания стимула на рецепторные поверхности до получения ответа в виде знания



В компьютерных науках:

можно рассматривать когнитивные процессы **в узком смысле**...на основе использования ресурсов **памяти**, функций **представления данных**, **восприятия** результатов и **внимания** к цели

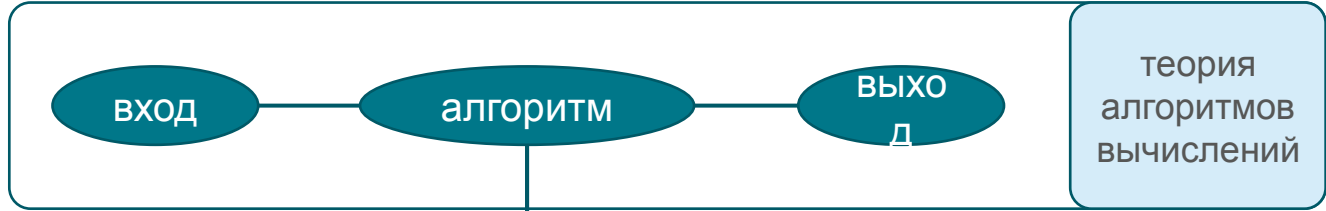
Итак, современные компьютерные вычисления – это преобразования «чисел» с помощью частично рекурсивных функций.

Вопрос, на который надо дать ответ:

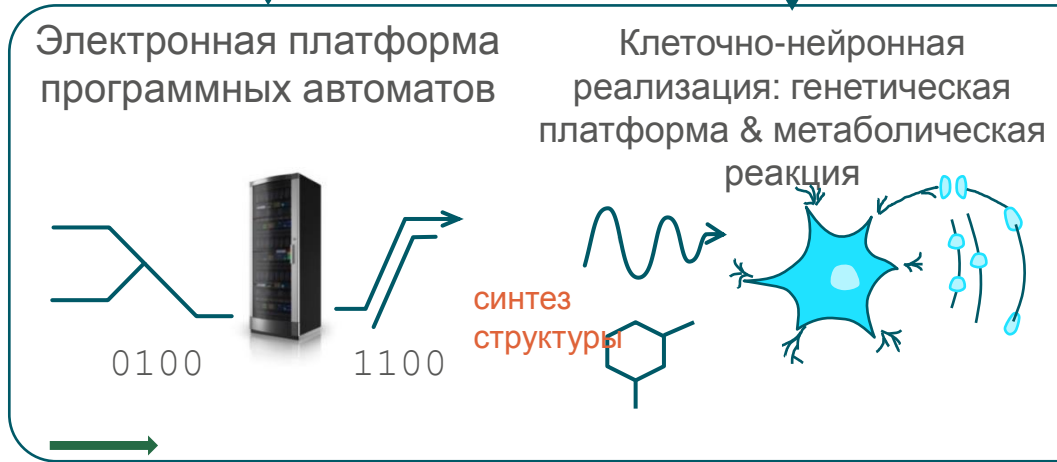
Какие преобразования числовых объектов в «машине Тьюринга» можно было бы реализовать, чтобы **описать результаты «вычисления» когнитивных функций**

Когнитивный парадокс : чтобы поставить точный диагноз, нужно произвести вскрытие

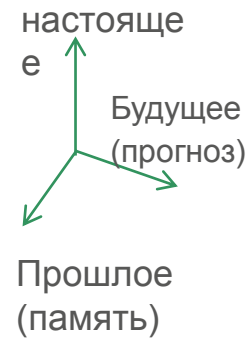
Реализации процессов вычислений под управление алгоритмов и ... входных данных



R⁶:
размерность когнитивного пространства $X^3X^T^3$



реализация вычислений
либо:
• **необратимая диссипация**
или
• накопление информации, прогноз будущего, развития



R⁴:
размерность физического пространства $X^3X^T^1$

необратимый **рост энтропии**

экспрессия генов

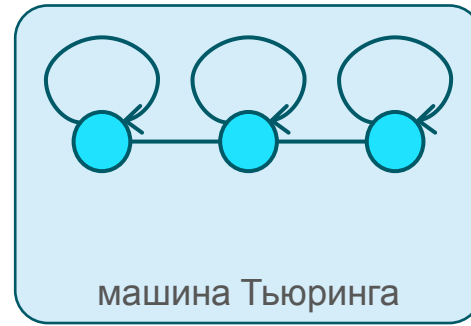
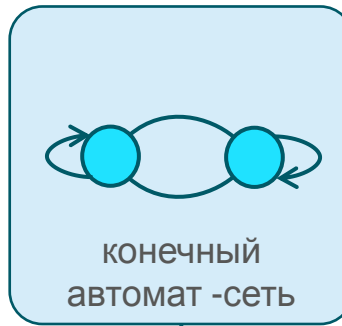
Нейромедиаторы инф. обмена, способные к **накоплению информации**



ПОЛИТЕХ

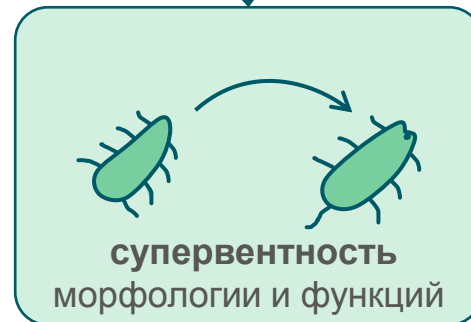
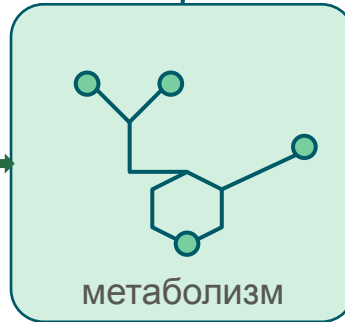
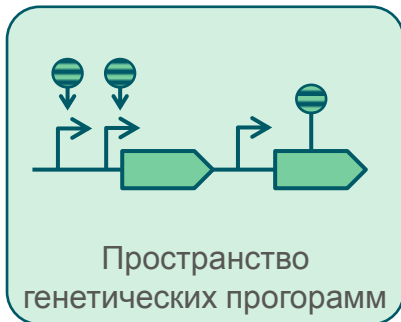
СТРУКТУРНАЯ АДАПТАЦИЯ «МОРФОЛОГИЯ-ФУНКЦИЯ»

Компьютерные науки (формальная модель)



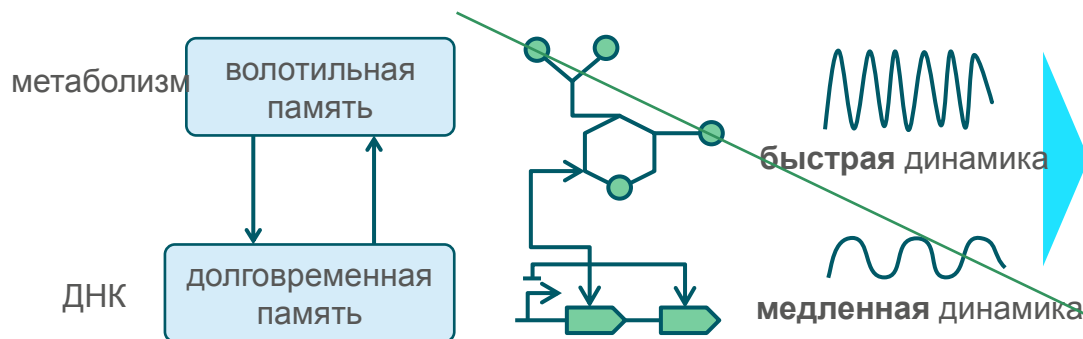
Много функций – одна «машинная» реализация

Биология (итог эволюции)

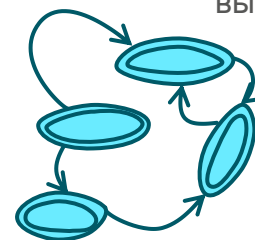


Одна функция – много вариантов реализации

1) **Модальный** (контекстный) синтез **белка** для клетки-нейро вычислителя



2) **реконфигурация** «консорциума» имеющих клеток-вычислителей



3) Реализация процесса «обучения» на основе **контекста** текущей ситуации **функция**





В **классической** или формальной логике понятие **истины** следует закону исключенного третьего и полностью лишено любых сопутствующих соображений и контекстов. Утверждения такой логики характеризуют факты:

-- каждое из них либо **истинно**, либо **ложно**.

Φ = “Если истинно $p \rightarrow q$ и ложно q , то ложно p ”

В **модальной** логике «умных вычислений», как и в СТО, появляется «**наблюдатель**» и можно уточнять, когда Φ = «Истинно», а когда «Ложно».

Утверждение Φ истинно **для кого?**

- Кто знает, что Φ **истинно**?
- В каких ситуациях Φ **истинно**?
- При каких условиях **истинно**?
- В какие моменты времени **истинно**?

Всегда важен контекст
принятия решений

В «умных» компьютерах «наблюдателем» может являться как **программист**, так и сам «**компьютер**» (подсистема ИИ), выполняющий функцию оракула.

Поиск «когнитивных» решений в «пространстве вычислительных возможностей» требует перехода к 3D временным отношениям», т.е. вычисления «текущих» решений на основе данных

- 1) предыдущего опыта,
- 2) оперативных измерений и
- 3) результатов прогнозов возможных последствий.