



КАФЕДРА  
ТЕЛЕМАТИКА

**История и методология математики и компьютерных наук**

Лекция 3

**Методология компьютерных наук:  
измерять все, что измеримо, и сделать  
измеримым все, что таковым еще не  
является**

**Г. Галилей**

---

22 сентября 2021 г.

Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

**1. Решать дифференциальные уравнения** -> ищем не переменную, а функцию  $y(x)$ , с помощью которой можно обратить уравнение в равенство (ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЯ)

**2. Картина «Клетчатый»:**



**3. Числа с иррациональным основанием:**

система счисления Бергмана

с основанием


число Фибоначчи

$$\phi = (\sqrt{5} + 1)/2$$

=

# Что было на прошлой лекции: формальные методологические аспекты математических знаний

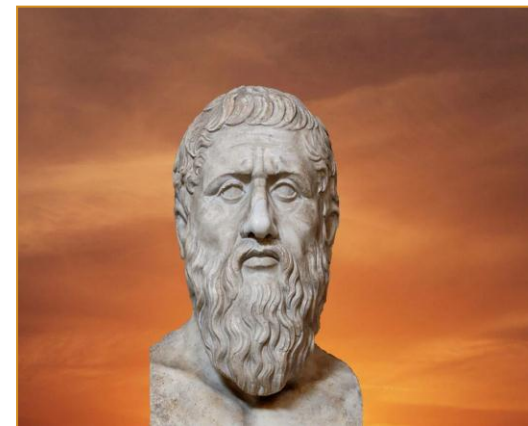
- Аспект **№1**: «математически» существовать может только то, что логически **доказуемо**
- Аспект **№2**: обращение к физической реальности не является **доказательством истинности** математических теорий. Доказательство непротиворечивости математики должно проводить **формальными методами**. (Программа Д. Гильберта (1862-1943))
- Аспект **№3**: во всякой формальной системе, содержащей арифметику, **существуют недоказуемые, но верные утверждения**. (Теоремы К. Гёделя о неполноте)

Содержание истинных математических теорий описывают события, происходящие с вероятностью  $p=1$  

информационное содержание таких событий ничтожно !?

# Измерять все, что измеримо- наивная методология Платона: мир идей и вещей

- Существует совершенная **идея**, нерожденная и негибнущая (вечная)... ее «измерить» невозможно
- В материальном мире есть **нечто** подобное идее и носящее то же имя — это **ощутимое** или **рожденное**...имеет числовую меру
- Пространство, вмещающее идеи вечно..., а материальный мир несовершенен, измерим, поэтому конечен.  
Аристокл Афинский прозвище «Платон» («широкоплечий»)



## Методология:

- **Идея** «воплощенная» в материю и порождает количественно измеримый объект или тело.
- **Тело** полностью находится в материальном мире, поэтому оно страдает от несовершенств и ... поэтому умирает.
- **Мир** состоит из противоположностей: наличие одной противоположности подразумевает существование второй. Раз есть **сон**, то есть и **бодрствование**, раз есть **смерть**, то есть и **бессмертие**.

Наивное доказательство бессмертия ... души: «Если бы все, причастное жизни, умирало, а умерев, оставалось бы мертвым и вновь не оживало, то в конце концов все стало бы мертво и жизнь бы исчезла». Живое существует...значит «душа» бессмертна (т.е. бесконечна и количественно не выражима)

# «Пещера» Платона



Пещера Платона и ее жители: 1) «простой народ» - воплощение несовершенства, проводит жизнь в невежестве. 2) есть «философы» способные **понять**, что есть **истина** и **объяснить** ее суть народу. Вопрос: выражается ли суть «идей» числом или ... словом ( см. Э. Кант – Критика чистого разума»)

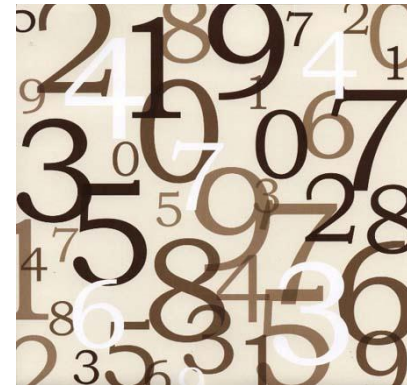
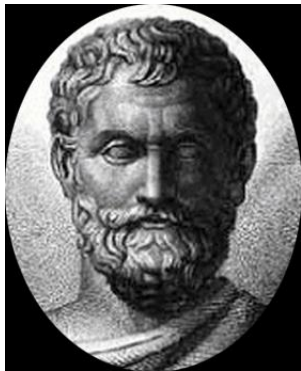
- Умение ставить разумные вопросы есть уже важный и необходимый признак ума – атрибута сознания.
- Никакое познание не предшествует во времени опыту, оно всегда начинается с опыта.
- Основной вопрос состоит в том, что и насколько может быть познано рассудком и разумом независимо от всякого опыта, а не в том, как возможна сама способность мышления
- Чистые априорные сущности – пространство и время
- Явления суть вещи, которые мы принимаем за предметы наших чувств

# Исчислимые сущности Природы – методологические основания математики

Введение меры (например, вероятности) событий позволяет рассматривать математику как экспериментальную науку описания материальных сущностей от которых требуется только быть **исчислимыми**.

- Под исчислимыми (т.е. измеримыми) следует понимать любые объекты реальности, обладающие свойствами быть:
  - 1) **делимыми**;
  - 2) **однородными** (сохранение свойств при делении).
- Базовой математической операцией является **сложение** (вычитание, умножение, деление, возведение в степень, логарифмирование, интегрирование и дифференцирование и т.п. можно индуцировать из **сложения** - их свойства определяются свойствами операции сложения и следующими аксиомами:
- $a+b=b+a$ ; (симметрия),  $(a+b)+c=a+(b+c)$ ; (ассоциация),  $(a+0)=a$ ; (наличие **нуля**),  $a*1=a$  (наличие **единицы**)

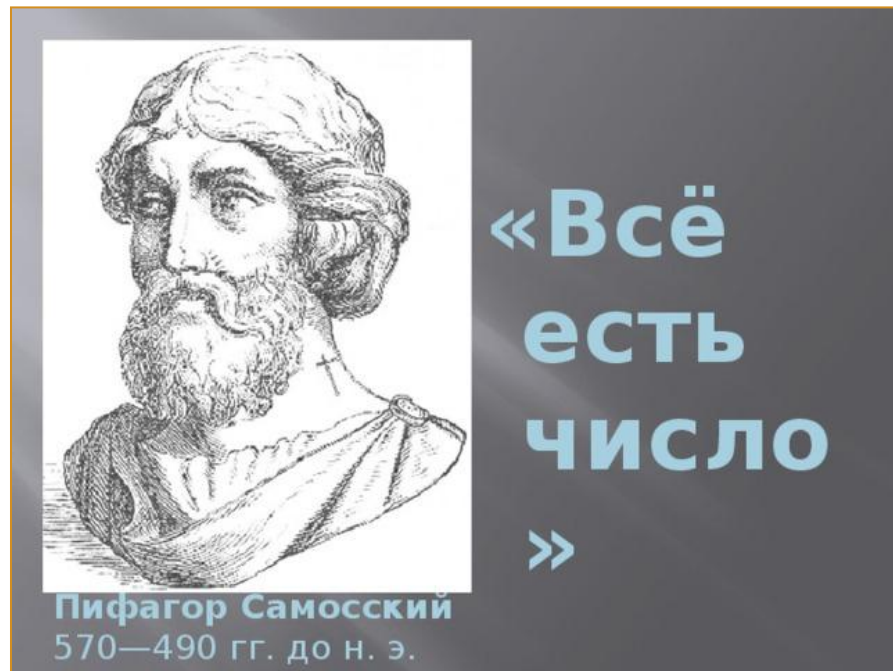
- Предмет математики (отвечает на вопрос «как») – измеримая **структура** объектов Природы, которая существует либо: а) как состоявшаяся **данность, либо как** б) потенциальная **возможность**.
- Фалес Митетский (625-545 г д.н. э) : Через **логику субъекта** (мышление) для познания становится доступна **математика Природы**.



Вопрос: может ли объект природы использовать число, без **субъекта** ?

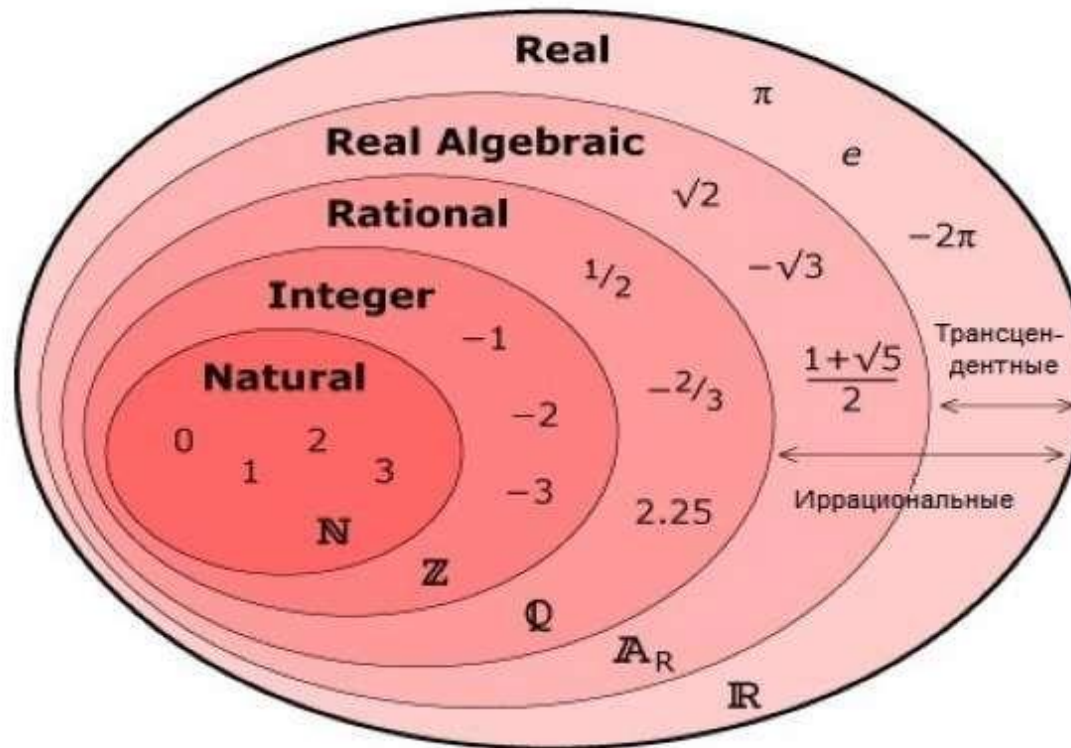


# Нумерология Пифагора : все есть число



Пифагор обнаружил, что в основе музыки (физического процесса) лежат числа. Считал, что  $1+2+3+4 = 10$  обозначает «число, которое отражает весь мира», а мир прекрасен благодаря числу!!!

Число – символ «чистой идеи», а количество – это мера.



**Real figures** - Вещественные числа = Действительные числа

**Real Algebraic figures** - Вещественные алгебраические числа

- алгебраические - корни многочленов с целочисленными коэффициентами

- трансцендентные - не корни многочленов с целочисленными коэффициентами

**Rational figures** - Рациональные числа

- рациональные - представимы в виде обыкновенных дробей

- иррациональные - непредставимы в виде обыкновенных дробей

**Integer figures** - Целые числа

**Natural figures** - Натуральные числа

# Основа математики – координатизация состоявшейся реальности (не относится к «миру идей»)

- Восприятие мира возможно через:
  - Субъективные ощущения, возможности манипулирования предметами и интуицию, которые возникают «здесь и сейчас»
  - Измерение (координатизация), которые превращают в ощущения в знаки – **числа**, они способны сохраняться неограниченно долго (**вечно**), передаваться другим лицам, получать новую информацию (возможность) о предметах. бывших объектом измерения...

# Методологические аспекты математики как экспериментальной науки

- Аспект 1. Описание объектов основано на их числовой мере и информационном содержании
- Аспект 2. Информационное содержание - мера потенциально возможного, что может произойти с объектом
- Аспект 3. Потенциально возможное – суть «информационное содержание» физической реальности

## Эволюция «числа» к «образу объекта»

- Образ – это особая абстракция - картёж (упорядоченное множество) данных того, что субъект знает об объекте, например, об автомобилях : - это транспортное средство, что у него 4 колеса ( а на «плоской» картинке их только 2) , что он железный и очень тяжелый...
- К принятию решения как реагировать на событие – «в поле зрения появился автомобиль», имеют отношение различные когнитивные функции, определяющие работу **мышления** .
- Суть мышления - способность выполнять различные операции не с числами, а с «образами» объектов реальности и прогнозировать последствия. Именно благодаря мышлению человек способен планировать свои действия. Итак, восприятие, память, внимание и мышление вместе образуют «когнитивными» или «познавательными» функциями.

# Методология познания и принцип целостности

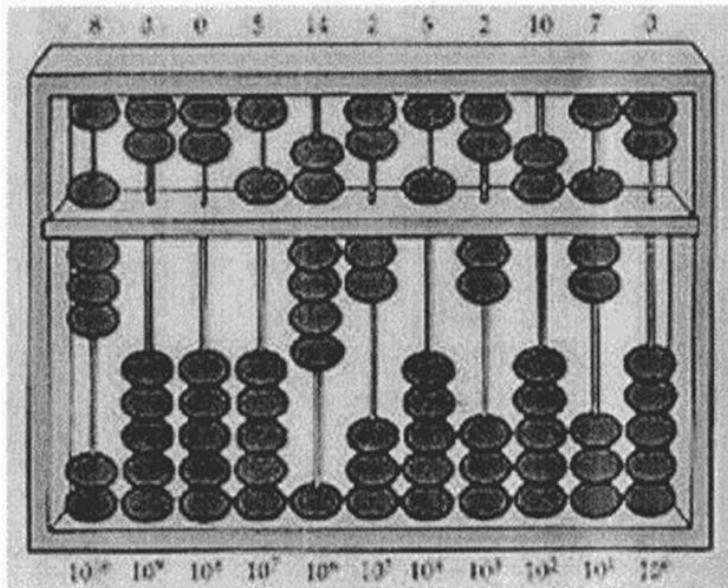
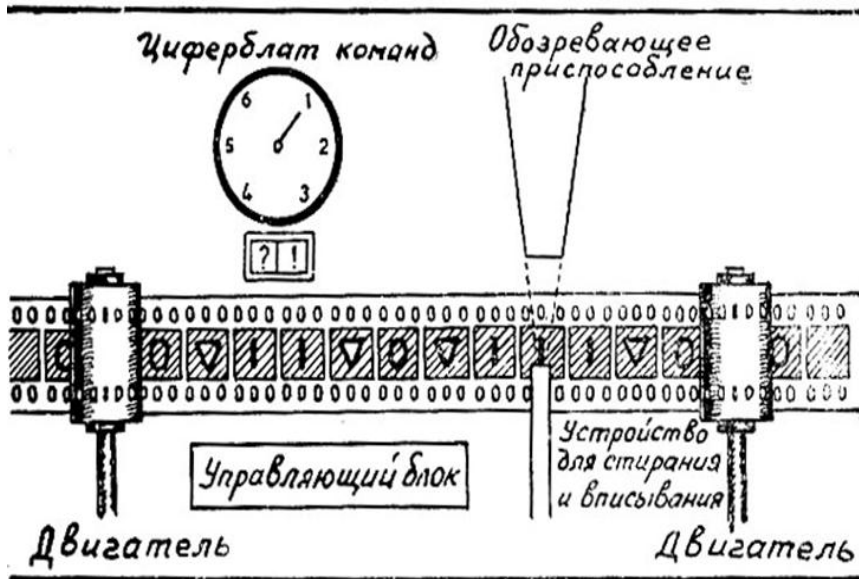
**Натурализм** – методологический принцип выведения всего происходящего из фактов, которые непосредственно наблюдаются в природе.

«Все, что существует, имеет определенное свойство А» . Свойству можно сопоставить количественную меру. Эта мера может быть использована для измерения А.

**Принципа «целостности»** ( обособленности от остального мира и внутреннее единство) : объекты реальности обладают свойствами, которые не могут быть выведены непосредственно из характеристик их составных частей.



# Механика вычислений в «машине Тьюринга» (МТ)

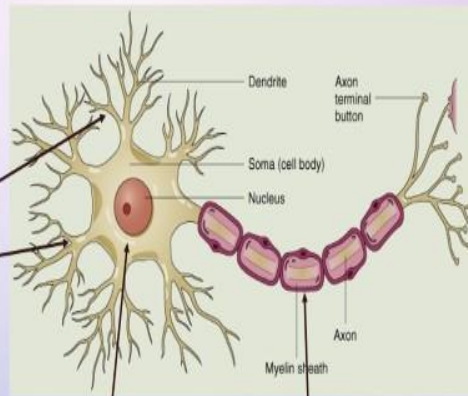


МТ - это автомат с «бесконечной цифровой лентой, движение которой есть «вычисление» нового символа, который кодирует полученный результат.

Физическое «поведение» МТ – основано на работе двигателей, которые осуществляют «перемещение ленты», на которой расположены символы «алфавита», подсчете количества перемещений, устройства «обозревающего» результат и запоминания, полученных результатов.

# Компьютерные науки - «аутсорсинг» когнитивных функций

## Строение нейрона



дендриты

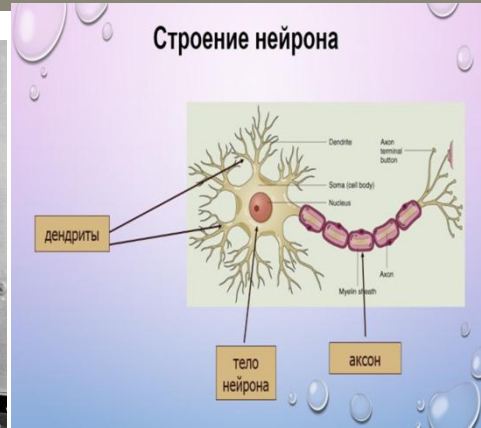
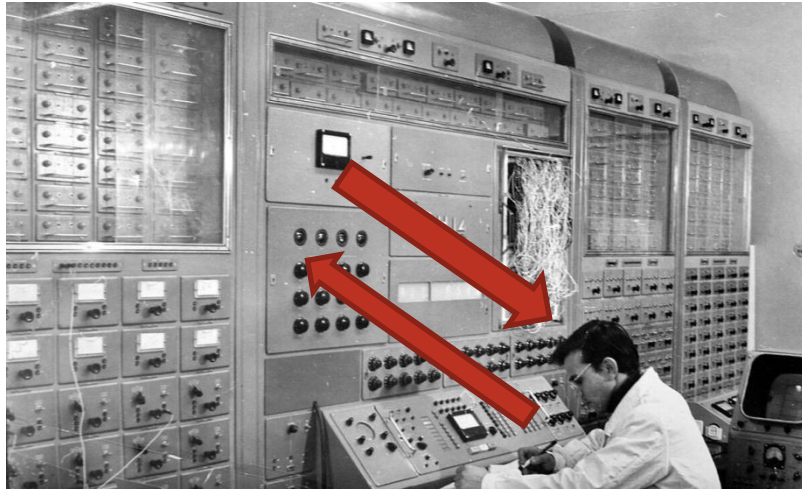
тело  
нейрона

аксон

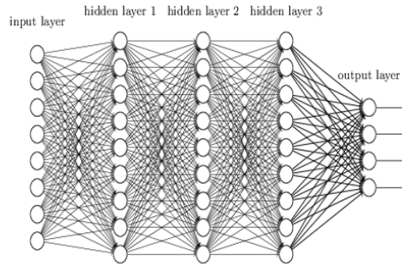




# Алгоритмические vs когнитивные функции: программа, данные, память, субъективное восприятие...



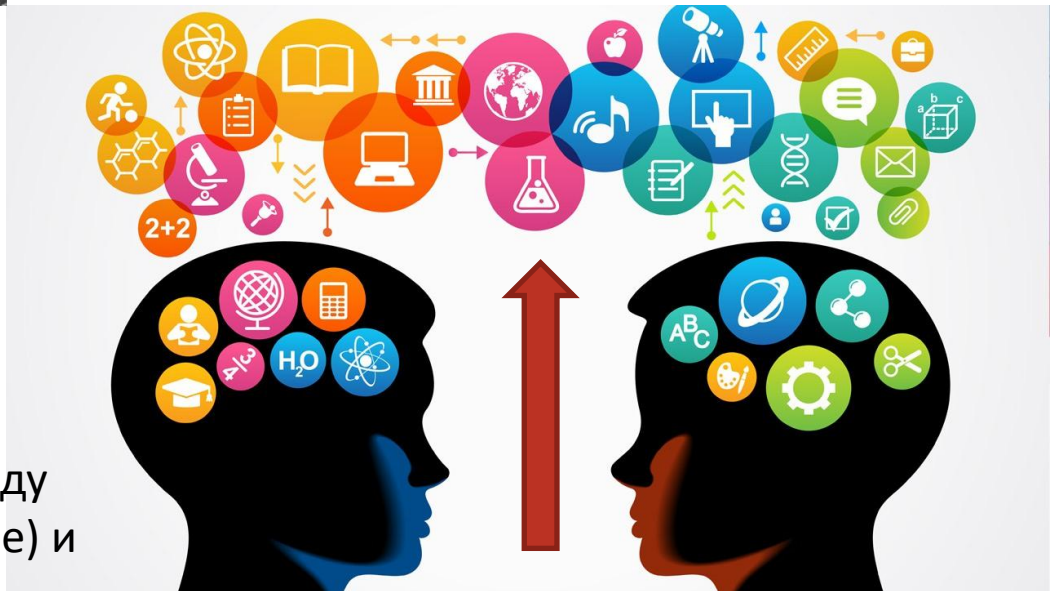
процессы «вычислений» в головном мозгу – образуют «целостное» несущее множество образов, Пока не ясна роль нейромедиаторов – конечного набора кодов «понятий», объясняющих свойства **реальности**



$$\nabla \cdot \nabla \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

$$= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right]$$

В чем **фундаментальная** разница между физическими (носители вещественные) и когнитивными (счетные) процессов ?  
(т. Левингейма-Сколема) 17



от «чисел» к образам, объясняющим свойства **реальности**

# трансформация математических знаний в вычислительные технологии

Тренд: от алгоритмов **численных** решений к вычислению с помощью «**примеров**»,  
“от математики «количества» к математике «образов».

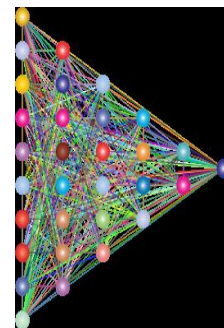
эра «часов» <1960      эра **арифмометров** <1960      эра **автоматов-компьютеров**, управляемых **программами** 1960 – 2020      эра «**КОГНИТИВНЫХ**» машин или компьютеров, управляемых **данными** 2020 >



**Прямая задача:**  
реализация алгоритмов  
**численных решений** задач с  
использованием «**частично  
рекурсивных функций**»



**Обратная задача:**  
нахождение  
**алгоритмов решений**  
задач на **заданном**  
наборе данных и  
условий



# Когнитивные вычисления

- 
- Идея "аутсорсинга" функций биологического организмом за пределы его физического тела и использования в "своих" целях любых элементов окружающей среды, на которые организм может влиять или контролировать, суть **экзо концепции**.
- Экзо-система ( внешняя по отношению к человеку) может быть неживой или живой. Один организм может использовать другой организм при прямом контакте или ... манипулируя поведением другого организма ( микробы патогены с очевидной выгодой для себя используют ресурсы другого организма для размножения....).
- В рамках этой концепции получается, что современные компьютеры—есть нечто, что **расширяет фенотип человека**. В итоге человек имеет возможность "заставлять" неживые системы (компьютеры) **выполнять вычисления** от своего имени и тратить энергию от его имени.

# Аддитивность принципа «целостности»: аспекты эмерджентности и ингерентности

**Эмерджентность** - существуют качества, присущие только системе в целом, но не присущие ни одной из ее составных частей, т.е.

При изъятии части системы меняются :

как сама СИСТЕМА (состав - структура - свойства)

так и ее ЧАСТИ (среда - стимулы - функции)

**Ингерентность** - Способность системы выполнять заданную функцию в определенной окружающей среде.

# Заключение

- Суть методологии математических знаний – координатизация или пересчет.
- Из попыток выразить числом различные объекты возникли различные числа
- Суть компьютерных вычислений – получение результата за конечное число операций .
- Координатизация vs целостность: Поиск новых классов автоматов, реализующих «когнитивные» функции и моделирующих когнитивные решения – основная задача компьютерных наук 21 века