



КАФЕДРА
ТЕЛЕМАТИКА

История и методология математики и компьютерных наук

Лекция 3

**Методология компьютерных наук:
измерять все, что измеримо, и сделать
измеримым все, что таковым еще не
является**

Г. Галилей

22 сентября 2021 г.

Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

1. Решать дифференциальные уравнения -> ищем не переменную, а функцию $y(x)$, с помощью которой можно обратить уравнение в равенство (ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЯ)

2. Картина «Клетчатый»:



3. Числа с иррациональным основанием:
система счисления Бергмана

с основанием
число Фибоначчи

$$\phi = (\sqrt{5} + 1)/2$$

=

Что было на прошлой лекции: формальные методологические аспекты математических знаний

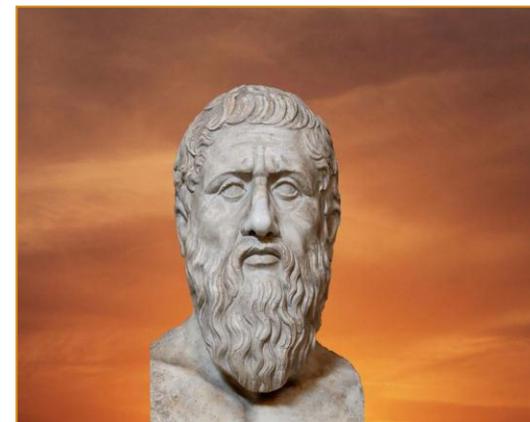
- Аспект **№1**: «математически» существовать может только то, что логически **доказуемо**
- Аспект **№2**: обращение к физической реальности не является **доказательством истинности** математических теорий. Доказательство непротиворечивости математики должно проводить **формальными методами**. (Программа Д. Гильберта (1862-1943))
- Аспект **№3**: во всякой формальной системе, содержащей арифметику, **существуют недоказуемые, но верные утверждения**. (Теоремы К. Гёделя о неполноте)

Содержание истинных математических теорий описывают события, происходящие с вероятностью $p=1$ 

информационное содержание таких событий ничтожно !?

Измерять все, что измеримо- наивная методология Платона: мир идей и вещей

- Существует совершенная **идея**, нерожденная и негибнущая (вечная)... ее «измерить» невозможно
- В материальном мире есть **нечто** подобное идее и носящее то же имя — это **ощутимое** или **рожденное**...имеет числовую меру
- Пространство, вмещающее идеи вечно..., а материальный мир несовершенен, измерим, поэтому конечен.
Аристокл Афинский прозвище «Платон» («широкоплечий»)



Методология:

- **Идея** «воплощенная» в материю и порождает количественно измеримый объект или тело.
- **Тело** полностью находится в материальном мире, поэтому оно страдает от несовершенств и ... поэтому умирает.
- **Мир** состоит из противоположностей: наличие одной противоположности подразумевает существование второй. Раз есть **сон**, то есть и **бодрствование**, раз есть **смерть**, то есть и **бессмертие**.

Наивное доказательство бессмертия ... души: «Если бы все, причастное жизни, умирало, а умерев, оставалось бы мертвым и вновь не оживало, то в конце концов все стало бы мертво и жизнь бы исчезла». Живое существует...значит «душа» бессмертна (т.е. бесконечна и количественно не выражима)

«Пещера» Платона



Пещера Платона и ее жители: 1) «простой народ» - воплощение несовершенства, проводит жизнь в невежестве. 2) есть «философы» способные **понять**, что есть **истина** и **объяснить** ее суть народу. Вопрос: выражается ли суть «идей» числом или ... словом (см. Э. Кант – Критика чистого разума»)

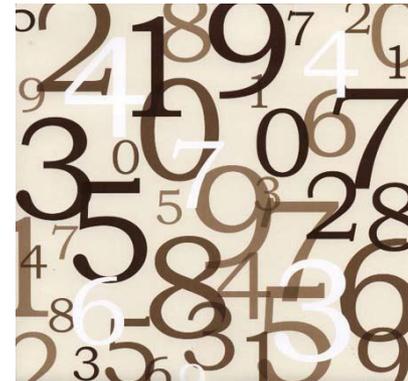
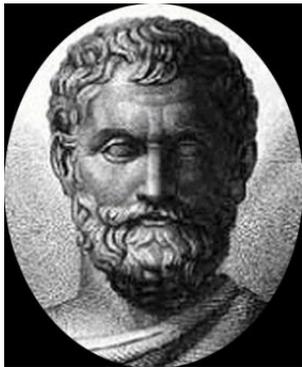
- Умение ставить разумные вопросы есть уже важный и необходимый признак ума – атрибута сознания.
- Никакое познание не предшествует во времени опыту, оно всегда начинается с опыта.
- Основной вопрос состоит в том, что и насколько может быть познано рассудком и разумом независимо от всякого опыта, а не в том, как возможна сама способность мышления
- Чистые априорные сущности – пространство и время
- Явления суть вещи, которые мы принимаем за предметы наших чувств

Исчислимые сущности Природы – методологические основания математики

Введение меры (например, вероятности) событий позволяет рассматривать математику как экспериментальную науку описания материальных сущностей от которых требуется только быть **исчислимыми**.

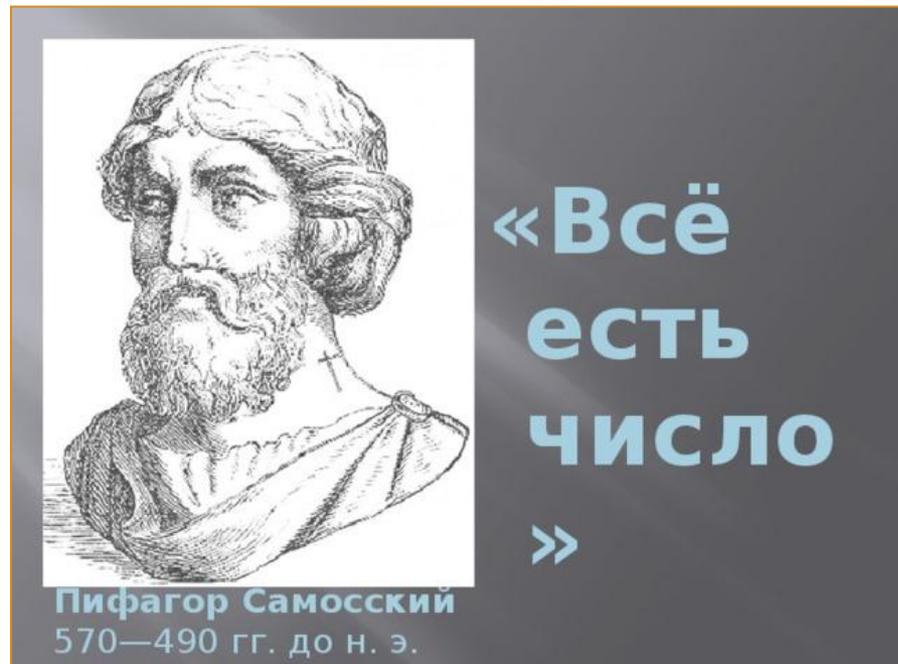
- Под исчислимыми (т.е. измеримыми) следует понимать любые объекты реальности, обладающие свойствами быть:
 - 1) **делимыми**;
 - 2) **однородными** (сохранение свойств при делении).
- Базовой математической операцией является **сложение** (вычитание, умножение, деление, возведение в степень, логарифмирование, интегрирование и дифференцирование и т.п. можно индуцировать из **сложения** - их свойства определяются свойствами операции сложения и следующими аксиомами:
- $a+b=b+a$; (симметрия), $(a+b)+c=a+(b+c)$; (ассоциация), $(a+0)=a$; (наличие **нуля**), $a*1=a$ (наличие **единицы**)

- Предмет математики (отвечает на вопрос «как») – измеримая **структура** объектов Природы, которая существует либо: а) как состоявшаяся **данность, либо как** б) потенциальная **возможность**.
- Фалес Митетский (625-545 г д.н. э) : Через **логику субъекта** (мышление) для познания становится доступна **математика Природы**.



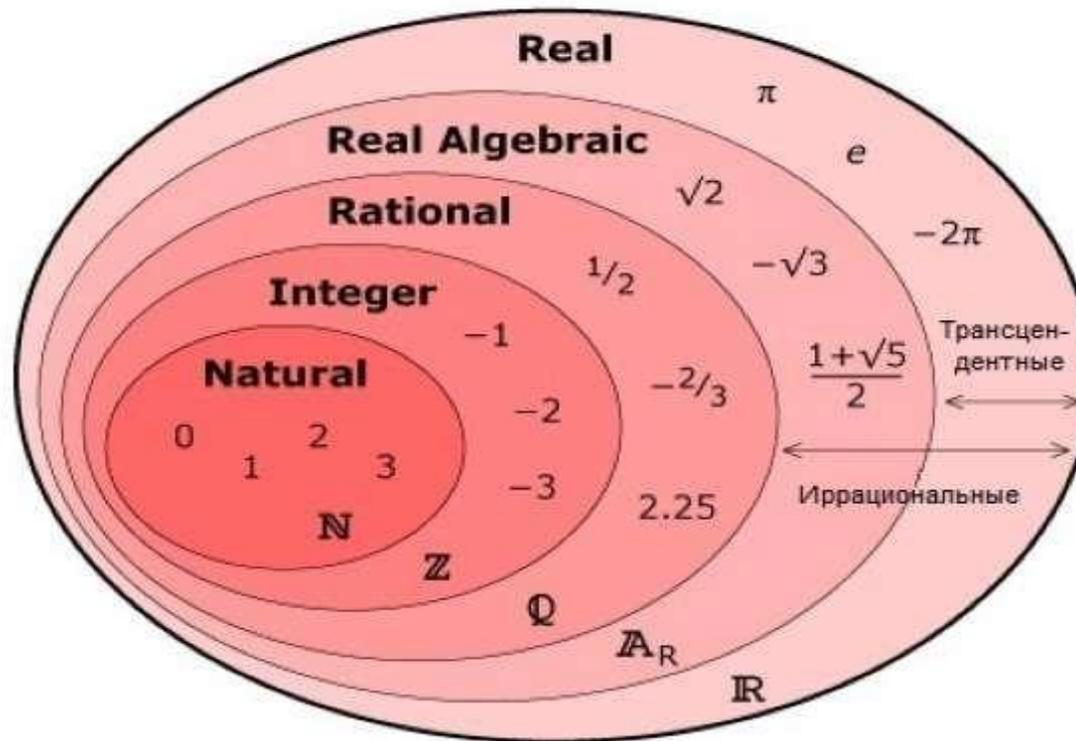
Вопрос: может ли объект природы использовать число, без **субъекта** ?

Нумерология Пифагора : все есть число



Пифагор обнаружил, что в основе музыки (физического процесса) лежат числа. Считал, что $1+2+3+4 = 10$ обозначает «число, которое отражает весь мира», а мир прекрасен благодаря числу!!!

Число – символ «чистой идеи», а количество – это мера.



Real figures - Вещественные числа = Действительные числа

Real Algebraic figures - Вещественные алгебраические числа

- алгебраические - корни многочленов с целочисленными коэффициентами

- трансцендентные - не корни многочленов с целочисленными коэффициентами

Rational figures - Рациональные числа

- рациональные - представимы в виде обыкновенных дробей

- иррациональные - непредставимы в виде обыкновенных дробей

Integer figures - Целые числа

Natural figures - Натуральные числа

Основа математики – координатизация состоявшейся реальности (не относится к «миру идей»)

- Восприятие мира возможно через:
 - Субъективные ощущения, возможности манипулирования предметами и интуицию, которые возникают «здесь и сейчас»
 - Измерение (координатизация), которые превращают в ощущения в знаки – **числа**, они способны сохраняться неограниченно долго (**вечно**), передаваться другим лицам, получать новую информацию (возможность) о предметах. бывших объектом измерения...

Методологические аспекты математики как экспериментальной науки

- Аспект 1. Описание объектов основано на их числовой мере и информационном содержании
- Аспект 2. Информационное содержание - мера потенциально возможного, что может произойти с объектом
- Аспект 3. Потенциально возможное – суть «информационное содержание» физической реальности

Эволюция «числа» к «образу объекта»

- Образ – это особая абстракция - картёж (упорядоченное множество) данных того, что субъект знает об объекте, например, об автомобилях : - это транспортное средство, что у него 4 колеса (а на «плоской» картинке их только 2) , что он железный и очень тяжелый...
- К принятию решения как реагировать на событие – «в поле зрения появился автомобиль», имеют отношение различные когнитивные функции, определяющие работу **мышления** .
- Суть мышления - способность выполнять различные операции не с числами, а с «образами» объектов реальности и прогнозировать последствия. Именно благодаря мышлению человек способен планировать свои действия. Итак, восприятие, память, внимание и мышление вместе образуют «когнитивными» или «познавательными» функциями.

Методология познания и принцип целостности

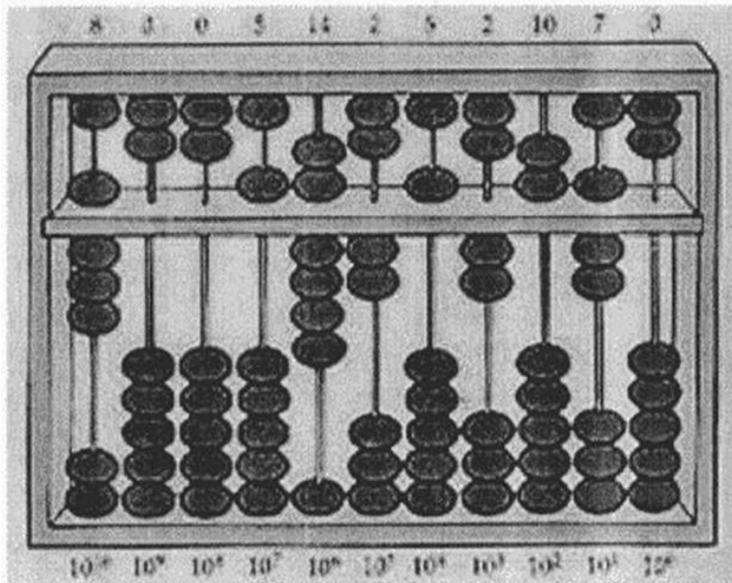
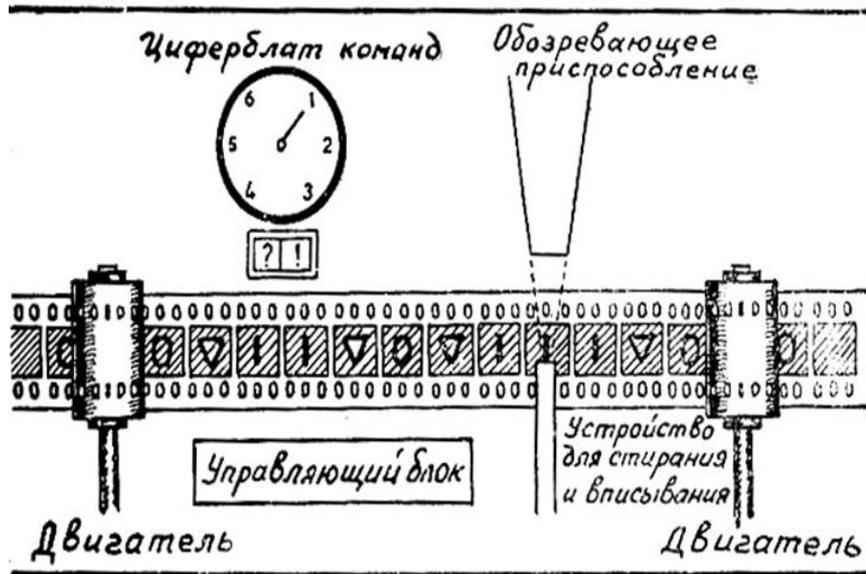
Натурализм – методологический принцип выведения всего происходящего из фактов, которые непосредственно наблюдаются в природе.

«Все, что существует, имеет определенное свойство А» . Свойству можно сопоставить количественную меру. Эта мера может быть использована для измерения А.

Принципа «целостности» (обособленности от остального мира и внутреннее единство) : объекты реальности обладают свойствами, которые не могут быть выведены непосредственно из характеристик их составных частей.



Механика вычислений в «машине Тьюринга» (МТ)

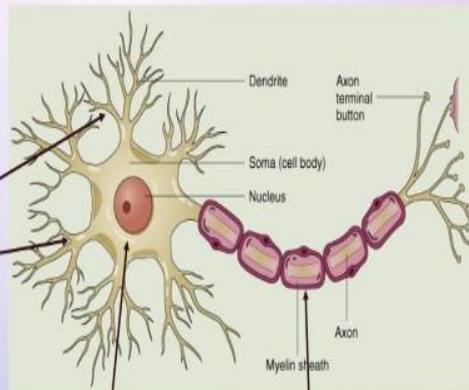


МТ - это автомат с «бесконечной цифровой лентой, движение которой есть «вычисление» нового символа, который кодирует полученный результат.

Физическое «поведение» МТ – основано на работе двигателей, которые осуществляют «перемещение ленты», на которой расположены символы «алфавита», подсчете количества перемещений, устройства «обозревающего» результат и запоминания, полученных результатов.

Компьютерные науки - «аутсорсинг» когнитивных функций

Строение нейрона



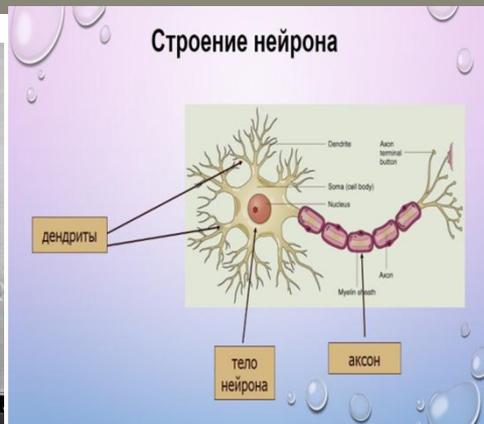
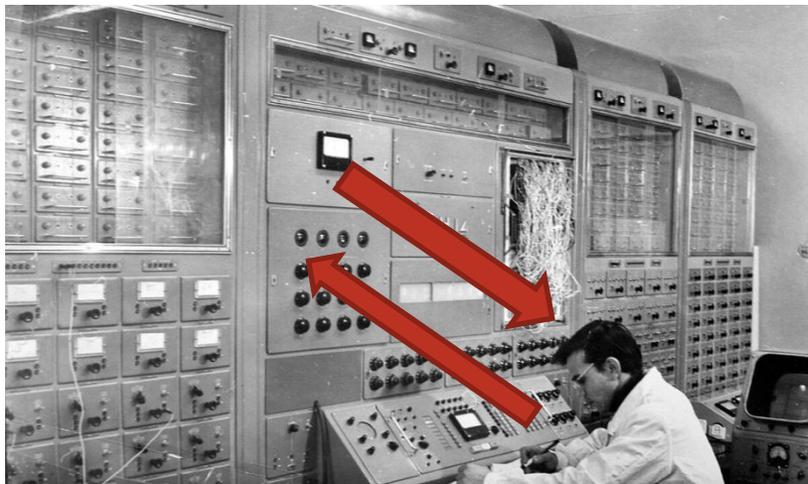
дендриты

тело
нейрона

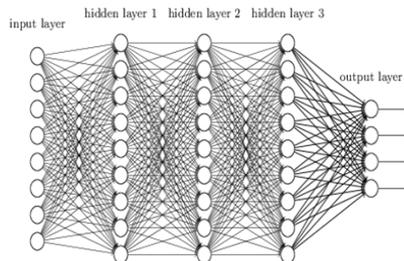
аксон



Алгоритмические vs когнитивные функции: программа, данные, память, субъективное восприятие...



процессы «вычислений» в головном мозгу – образуют «целостное» несущее множество образов, Пока не ясна роль нейромедиаторов – конечного набора кодов «понятий», объясняющих свойства **реальности**



$$\nabla \cdot \nabla \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

$$= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right]$$

В чем **фундаментальная** разница между физическими (носители вещественные) и когнитивными (счетные) процессов ?
(т. Левингейма-Сколема) 17



от «чисел» к образам, объясняющим свойства **реальности**

трансформация математических знаний в вычислительные технологии

Тренд: от алгоритмов **численных** решений к вычислению с помощью «**примеров**»,
“от математики «количества» к математике «образов».

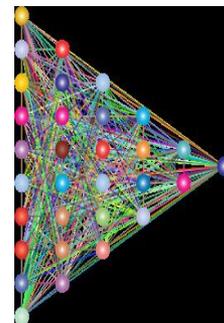
эра «часов» <1960 эра **арифмометров** <1960 эра **автоматов-компьютеров**, управляемых **программами** 1960 – 2020 эра «**КОГНИТИВНЫХ**» машин или компьютеров, управляемых **данными** 2020 >



Прямая задача:
реализация алгоритмов
численных решений задач с
использованием «**частично
рекурсивных функций**»



Обратная задача:
нахождение
алгоритмов решений
задач на **заданном**
наборе данных и
условий



Когнитивные вычисления

-
- Идея "аутсорсинга" функций биологического организмом за пределы его физического тела и использования в "своих" целях любых элементов окружающей среды, на которые организм может влиять или контролировать, суть **экзо концепции**.
- Экзо-система (внешняя по отношению к человеку) может быть неживой или живой. Один организм может использовать другой организм при прямом контакте или ... манипулируя поведением другого организма (микробы патогены с очевидной выгодой для себя используют ресурсы другого организма для размножения....).
- В рамках этой концепции получается, что современные компьютеры—есть нечто, что **расширяет фенотип человека**. В итоге человек имеет возможность "заставлять" неживые системы (компьютеры) **выполнять вычисления** от своего имени и тратить энергию от его имени.

Аддитивность принципа «целостности»: аспекты эмерджентности и ингерентности

Эмерджентность - существуют качества, присущие только системе в целом, но не присущие ни одной из ее составных частей, т.е.

При изъятии части системы меняются :

как сама СИСТЕМА (состав - структура - свойства)

так и ее ЧАСТИ (среда - стимулы - функции)

Ингерентность - Способность системы выполнять заданную функцию в определенной окружающей среде.

Заключение

- Суть методологии математических знаний – координатизация или пересчет.
- Из попыток выразить числом различные объекты возникли различные числа
- Суть компьютерных вычислений – получение результата за конечное число операций .
- Координатизация vs целостность: Поиск новых классов автоматов, реализующих «когнитивные» функции и моделирующих когнитивные решения – основная задача компьютерных наук 21 века