



КАФЕДРА  
ТЕЛЕМАТИКА

**История и методология математики и компьютерных наук**

Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

Лекция 2

**Развития математики как  
фундаментальной и прикладной  
науки**

**Числа vs слово**

---

15 сентября 2021 г.

# Что было на прошлой лекции

**«Книга природы написана на языке.... математики»**

**Г. Галилей  
(1564-1642)**

**Исходя из того, что:**

- **Математика** (др.-греч. μάθημα — изучение, наука) — наука о структурах, порядке и отношениях, построенных на основе **операций счёта**, измерения и сравнения объектов методом «мысленного взвешивания»....

**Объект** изучения – что такое **число** и как оно существует

**Предмет** изучения - пространственные формы, **количественные отношения** и функции «физической реальности»

- **Компьютерные науки** (computer science) – наука о методах и процессах сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и оценки **информации**.

**Объект** – **типы данных**, информационные структуры и взаимодействия

**Предмет** – **алгоритмы**, процессы и **системы вычислений**

**Надо понять какое место математики и компьютерные науки занимают в современной системе научных знаний !**

# Аспекты, требующие осмысления и более глубокого понимания

- Почему, законы современной физики не имеют информационного содержания?
- До сих пор не создана «физика мира мысли» ли физика потенциально возможного? ( «духи»  $p < 0$ , тахионы  $v > c$ )
- В чем «вычислительные машины» могут быть лучше, чем люди?
- Неполнота и противоречивость формальных систем порождают «информационный пепел» физической реальности

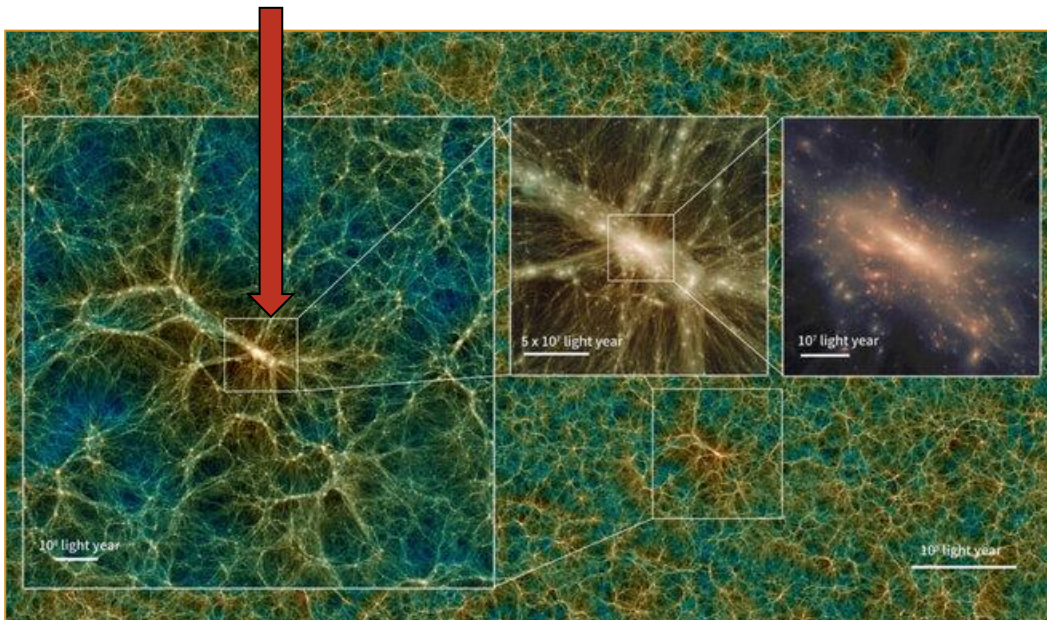
Кто листает «книгу природы»



# «информационный пепел» реальности – число имеет значение

самая большая и реалистичная модель Вселенной состоит из 2,1 трлн частиц и масштабом 9,63 млрд световых лет

$10^7$  – световых лет



Куда «ведет» черная дыра ?

# Основной вопрос : все ли объекты имеют математическое представление ?

- Аспект **№1**: существовать может то, что доказуемо
- Аспект **№2**: обращение к физической реальности не является доказательством истинности или ложности математических теорий. Доказательство непротиворечивости математики надо проводить формальными методами. (Программа Д. Гильберта (1862-1943))
- Аспект **№3**: во всякой формальной системе, содержащей арифметику, существуют недоказуемые, но верные утверждения. (Теоремы К. Гёделя (1906-1978) о неполноте)

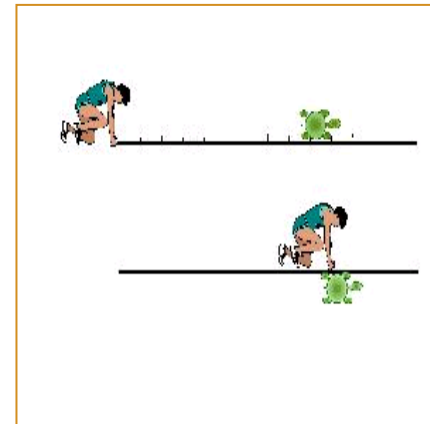
# Методология математики: Основные принципы, теоремы и структуры

- По мере развития математики, ее результаты все больше напоминают «чёрные дыры» космического пространства. Для большинства людей становится всё меньше понятно, что происходит внутри этой науки, поскольку «на выходе» проявляются неожиданные и непредсказуемые эффекты.
- Возможностей математических теорий явно не достаточно, чтобы объяснить процессы эволюции Вселенной и построить модели когнитивных функций мозга.
- Человек мыслить без мозга не может, но создать «цифровой» мозг, который будет мыслить без человека, не возможно! Почему ?

# Непротиворечивость математики: существование конечного и бесконечного

Апории Зенона:

- «Ахиллес и черепаха»
- «Стрела»
- «Дихотомия»



Ахиллес никогда  
не догонит  
черепаху

**Апория «Стрела»**



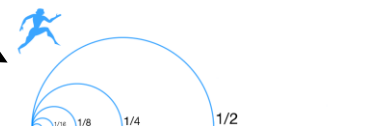
Летящая стрела  
в любой момент времени  
занимает какое-то место  
в пространстве  
(иначе её нет вообще).

Она занимает в пространстве  
место, равное её размеру –  
ни больше, ни меньше  
(иначе она была бы больше  
или меньше себя самой).

Так как в этом месте  
ей двигаться некуда,  
она покоится,  
и это верно для любого  
места её траектории.

46

Движения  
не  
существует



движение  
никогда не  
начнется



«Язык» современной математики построен на основе важнейших символов-понятий, а именно:

- **Ноль**  $\Rightarrow 0=A-A$ , тогда, если  $A-B=0$ , то  $A=B$

- **Единица**  $\Rightarrow 1=a^2+b^2+v^2+\dots+\varepsilon^2$ ,  $p(\lambda_n) = |c_n|^2$

- **Мнимая единица**  $i\hbar\psi_v(q) = \hat{H}\psi_v(q)$

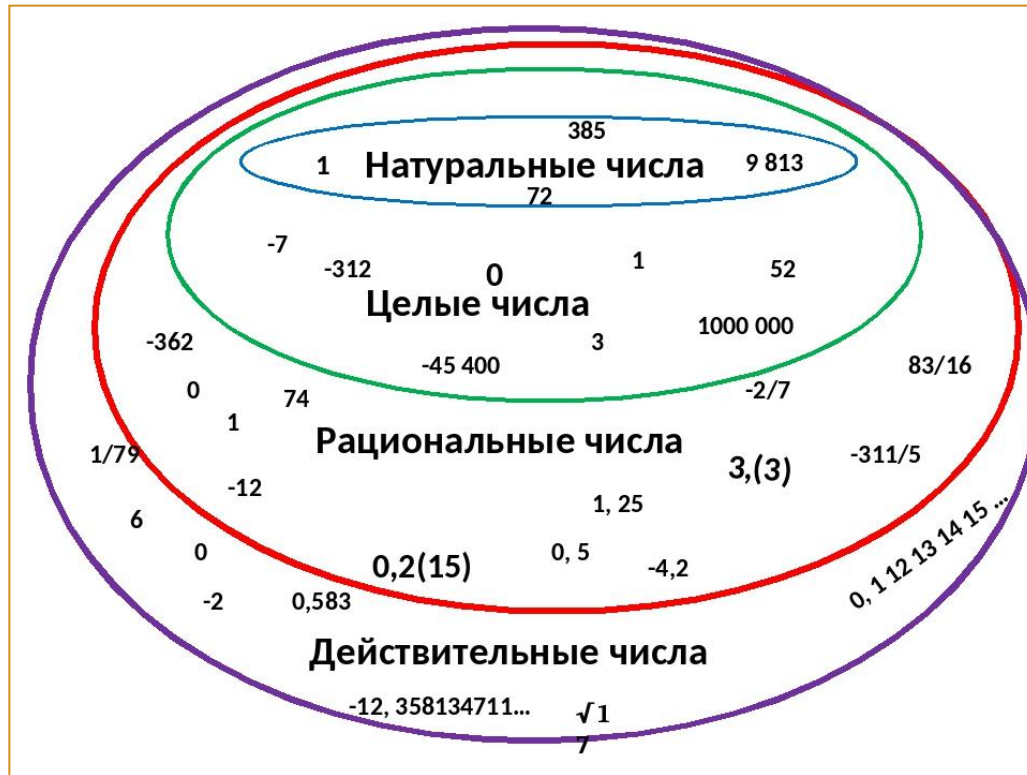
- **Бесконечность**



- вероятность, что при измерении физической величины  $A$  мы получим собственное значение  $\lambda_n$

«мнимая единица» – среднее арифметическое между 1 и -1.

# и различных чисел



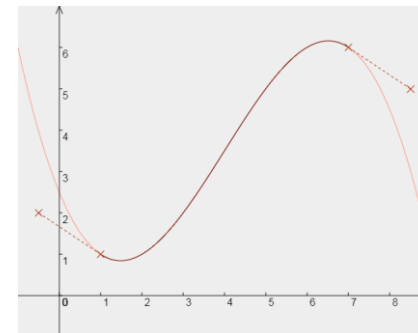
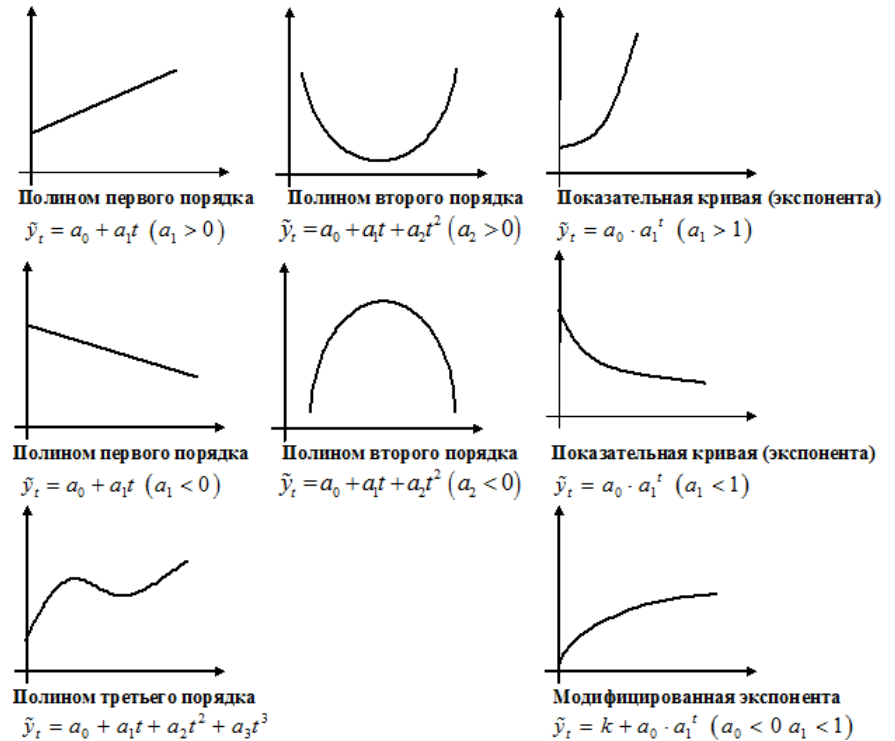
Введение понятия числа: аксиоматическое ( $a=b$ , если они непосредственно следуют за одним и тем же числом), теоретико-множественное ( $a < b$ , если  $A$  включено в  $B$ ), число-мера ( $p=q$ , если  $a=b$ )

# Приращение функции – функция. «Гладкая» функция - ПОЛИНОМ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha$$

$$dy = y' dx$$

Производная – линейная часть функции приращения гладкой функции



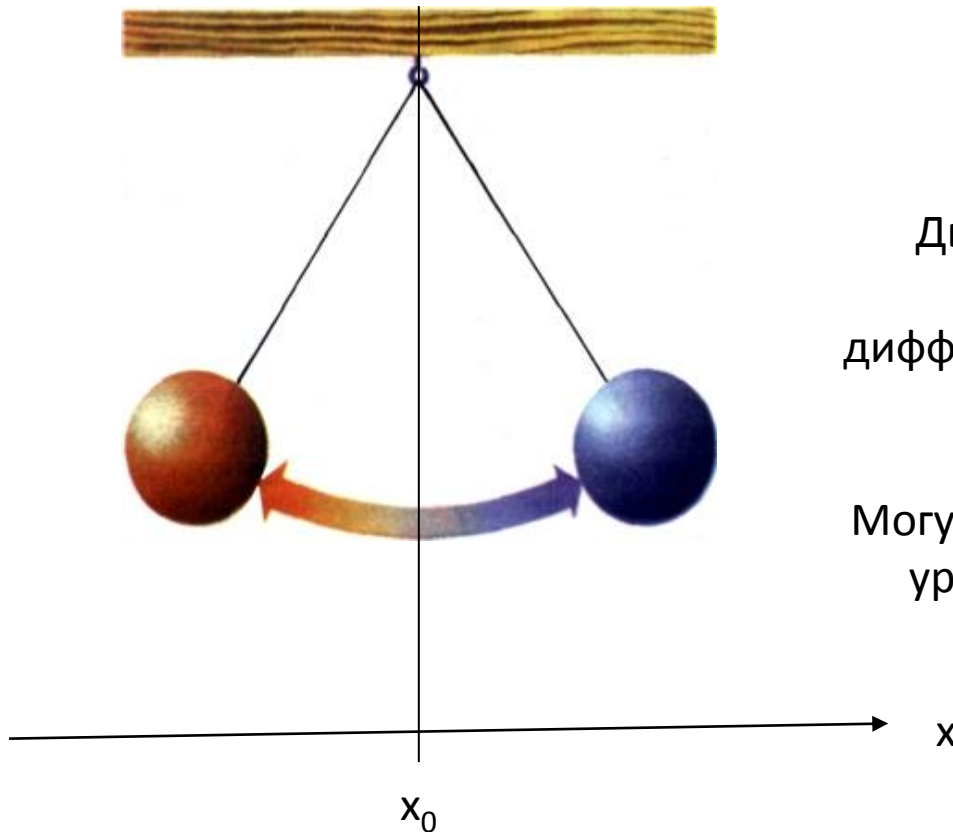
# «Числа» выражающие движение физических объектов –

$F_x = ma_x$ , где  $F_x = k_0(x - x_0)$ ,  $a_x = x''$ ,  
 Если  $x_0 = 0$ , то уравнение движения  
 примет вид:  $mx'' = -k_0x$  или  
 $x'' \Rightarrow \frac{d^2}{dt^2} x + \omega^2 x = 0$

решение  
 $x(t) = A \sin(\omega t + b)$

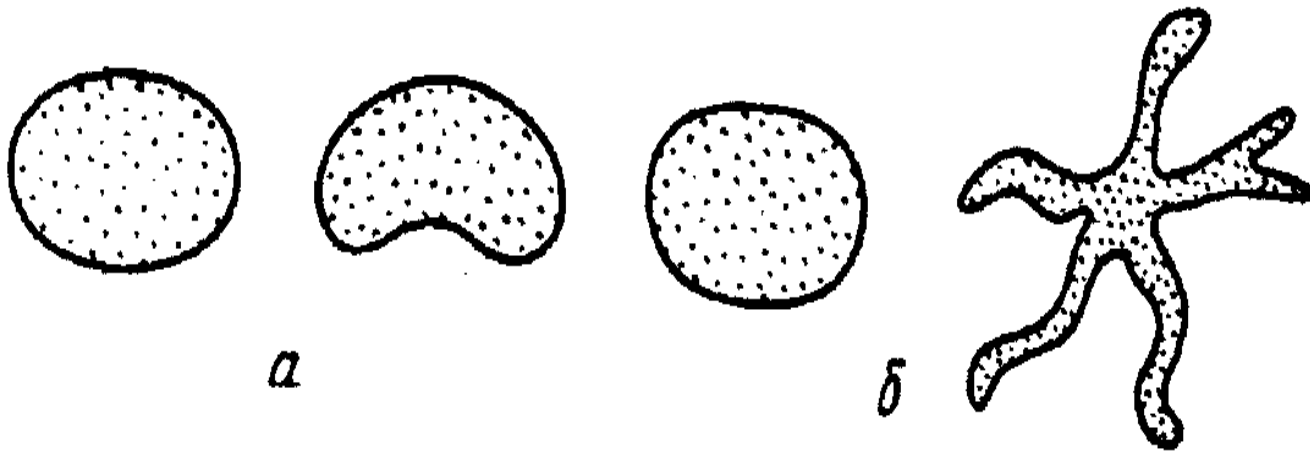
Движение простых объектов  
 описывается  
 дифференциальными уравнениями  
 целого порядка 1, 2, 3...

Могут ли быть дифференциальные  
 уравнения дробного порядка



# Законы сохранения - уравнение непрерывности

*Закон сохранения числа частиц в фазовом пространстве – «виртуальном объеме» фазовых траекторий выражает временную эволюцию не одной точки в фазовом пространстве, а всего фазового объема. По характеру деформации границы фазового объема можно судить об устойчивости или неустойчивости движения*



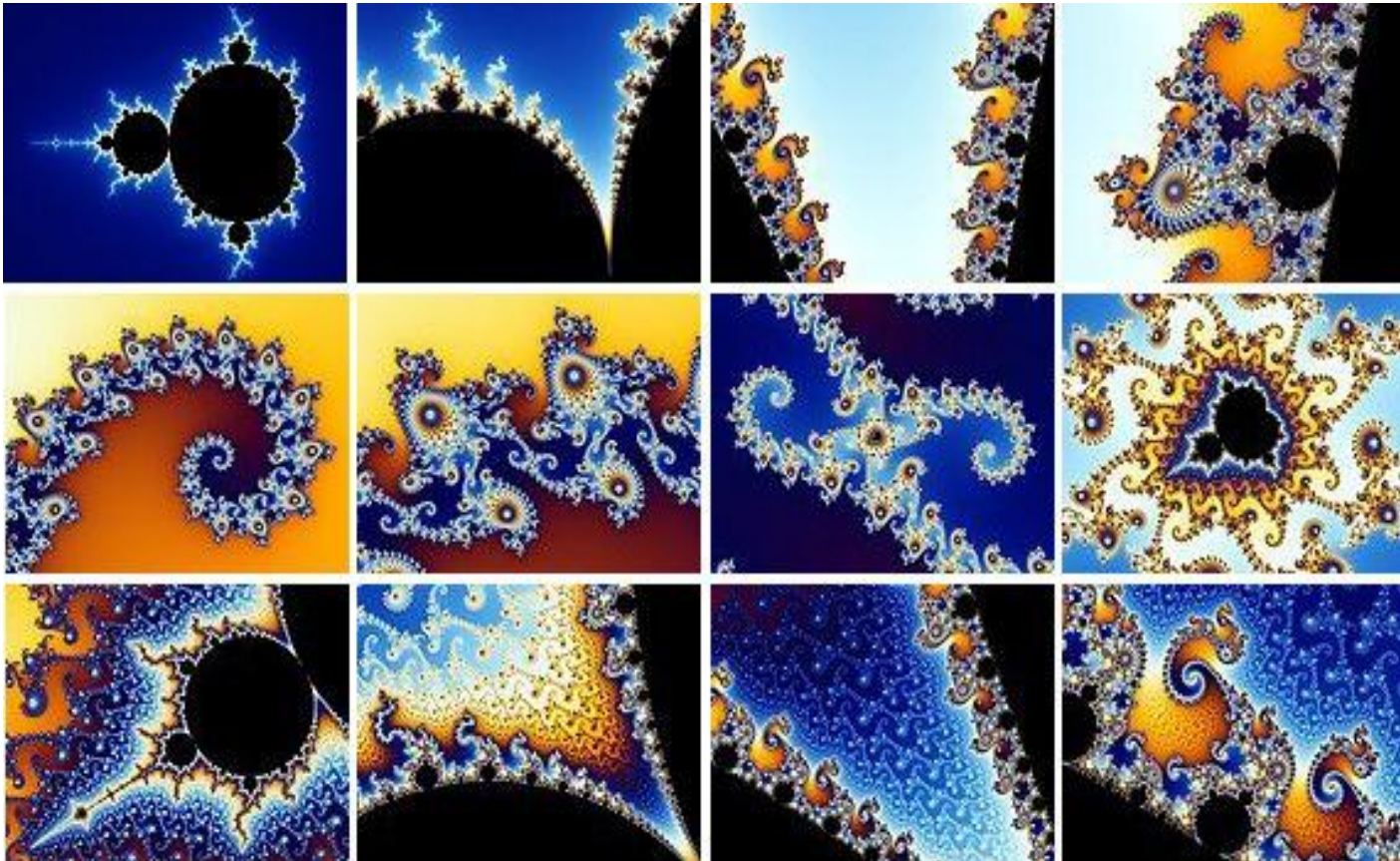
*Схема изменения элемента фазового объема при устойчивом (а) и неустойчивом (б) движении.*

# «Сложные» объекты - мультимасштабны

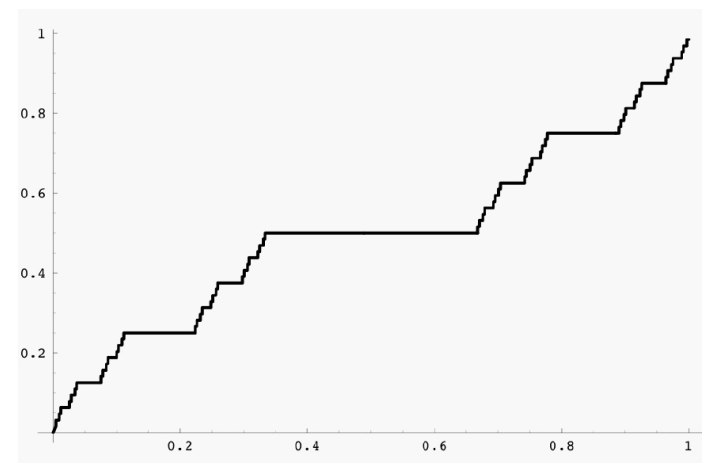
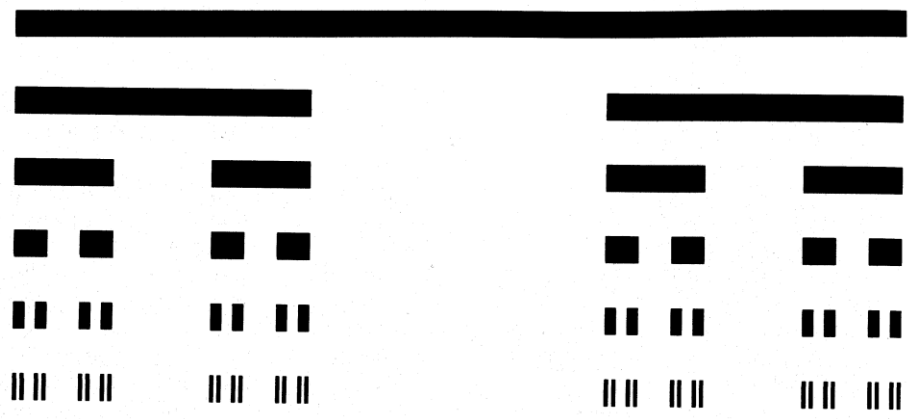
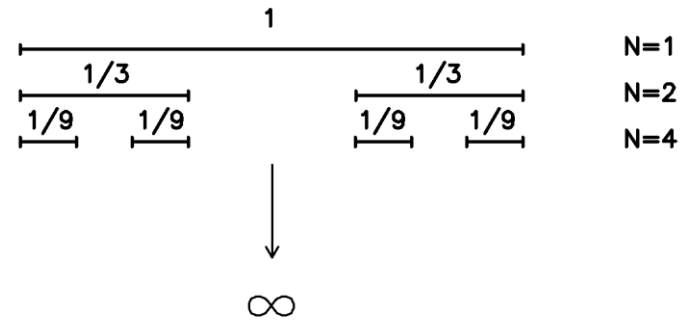
Сложные структуры  
не однородны

они не имеют одного  
масштаба, поэтому  
связаны

это значит, что «деление»  
на «подобъекты»  
невозможно



# Фракталы в природе



# Принцип моделирования

## Принцип *научного моделирования* :

- «научное познание осуществляется посредством моделирования, то есть выполнения операций не с самими объектами реальности, а с **СИМВОЛЬНЫМИ** носителями их свойств »

Научные модели реальности – это «текстовое» описание объектов или процессов. Такое описание – есть ***информационная модель реальности.***

Гипотеза: Состоявшийся физический процесс имеет эквивалентную частично-рекурсивную модель..



# Принцип математики №1: описание понятия путем повышения порядка абстракции - **КОНЦЕПТ**



картины- ассоциации  
художника Джузеппе Арчимбольдо (16 в.).

Фундаментальная проблема математики и компьютерных наук:

- если «**целое**» состоит из конечного количества «простых» частей , то .....существуют ли части «сами по себе» ?
- Какие новые качества приобретает «целое» по отношению к своим «частям» ?
- **Есть ли у целого «вычислимый» признак или маркер ?**

# Заключение

- Математическая «модель мира» связывает физическую реальность с абстрактными структурами, позволяющими доказать непротиворечивость полученного описания
- Остается фундаментальный вопрос как организовать экспериментальную проверку математических выводов ? Это сфера интересов «компьютерных наук».