



Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

**История и методология математики и
компьютерных наук**

Лекция 6

**«Информационно-вычислительный
инструментализм как методология
компьютерных наук»**

22/29 октября 2020 г.

До 21 века синонимом **науки** была физика в различных ее проявлениях:

- Физика **существующего** (И. Ньютон) – детерминированная и обратимая количественная зависимость между причиной и следствием (Принцип достаточного основания)
- Физика **возникающего** (И. Пригожин) –материальные макроструктуры рассматривались как разновидность порядка (имеют количественную меру) , который «оплачивается» ценой возрастания энтропии внешней среды (диссипативное становление)
- Физика **желаемого** (управляемого):
 - кибернетика (Н. Винер) –управление рассматривается как причина «движения», а информации как основа управления

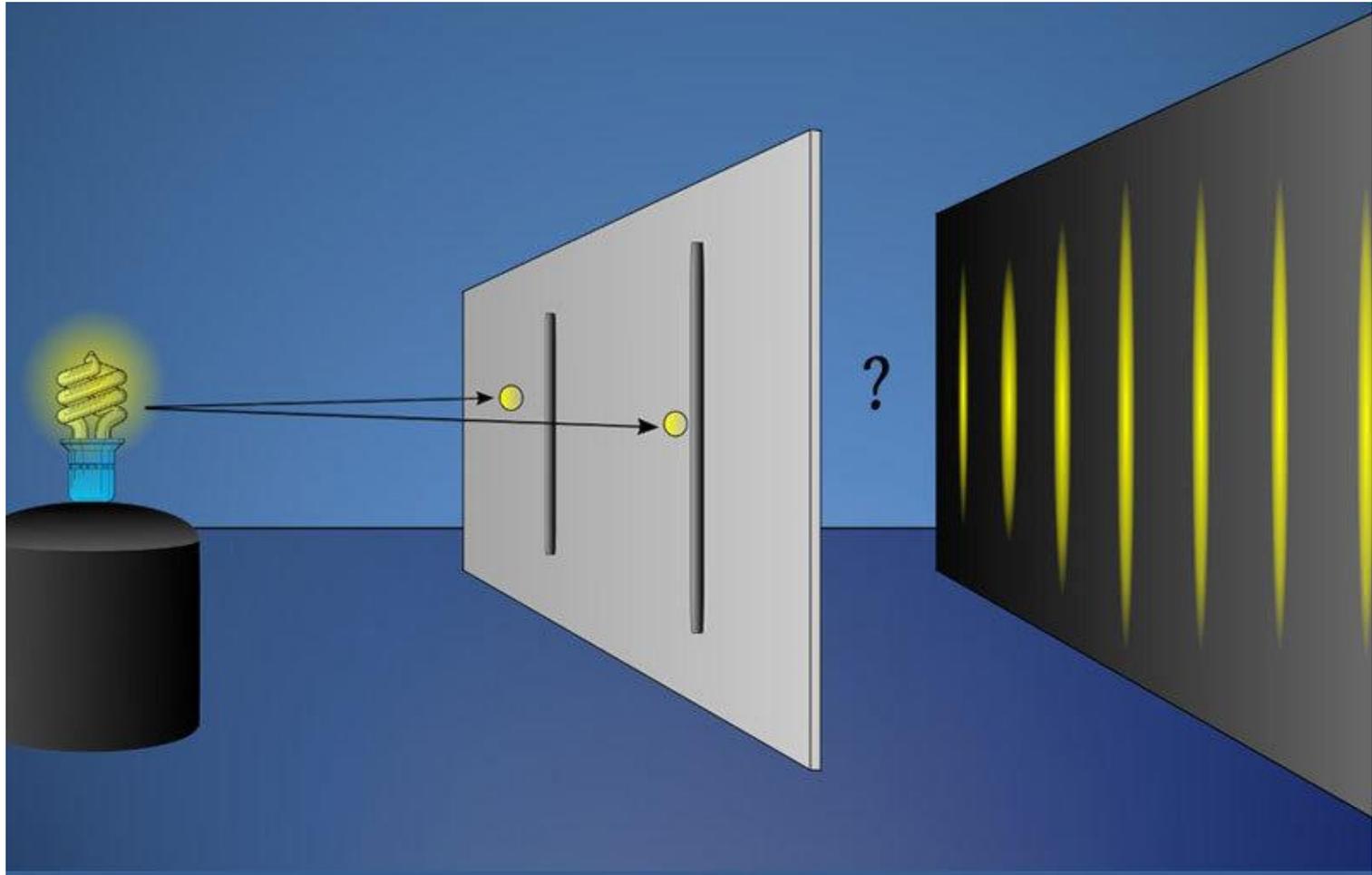
Инструментализм как методология

- Методоло́гия — учение о методах, способах и стратегиях исследования предмета.
- Инструментализм - исследование предмета с помощью результатов обработки информации , полученной в результате измерений или в процессе вычислений с помощью **чисел**.

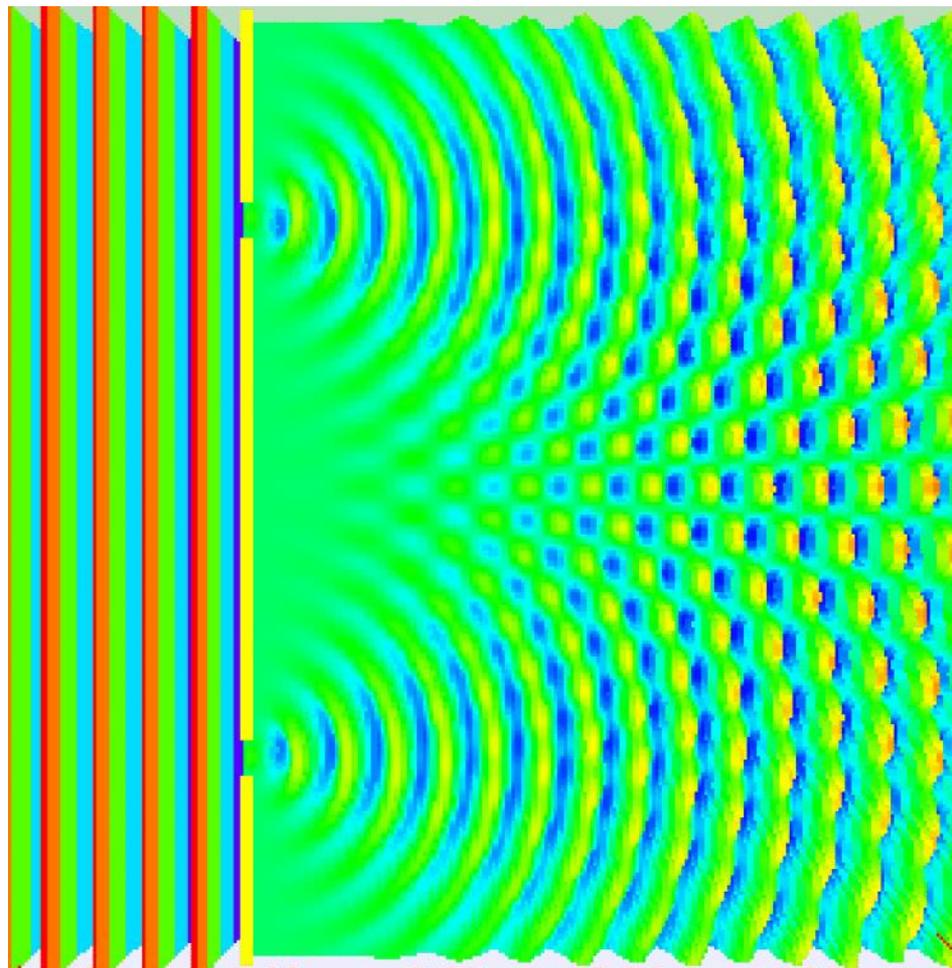
Суть инструментализма

- Мы не можем отследить точное местоположение частицы не потому, что у нас недостаточно информацией, а потому-то физические свойства "точной позиции" **не существуют, пока не будут измерены**.
- При этом местонахождение некоторых частицы не может быть определено точно и одновременно по двум параметрам - скорости и позиции.
- Эйнштейн считал, что частицы существуют еще до их измерения, в то время как в квантовой теории Бора, частицы возникают только в момент измерения. новый вопрос: Фундаментальный вопрос: **может ли само измерение повлиять на результаты?**".

Квантовая интерференция



Интерференция волновых функций



Исходные позиции

- Альберт Эйнштейн считал кв.мех не состоятельной теорией. В 1935 году он это аргументировал так, что частицы должны быть «более реальными», чем их описывает квантовая теория Бора.
- В статье описывался следующий эксперимент. Представьте себе две пары удаленных частиц, находящихся в особом физическом состоянии, сегодня называемое, как квантовая запутанность (интерференция волновых функций). Когда мы измеряем одинаковые параметры (скорость или позиция) связанных частиц, результаты будут случайны, но между полученными данными будет определенная корреляция.
- Например, наблюдатель, измерив позицию первой «запутанной» частицы, может точно предсказать результаты измерения позиции другой удаленной «запутанной» второй, без наблюдения за ней. То же самое и со скоростью. Это простое объяснение утверждало, что частицы **существуют еще до их измерения**, в то время как в теории Бора, они возникают только в момент измерения.

ВРЕМЯ И СЛОЖНОСТЬ вычислений

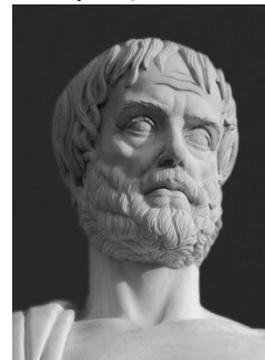
Необходим анализ фундаментальных понятий современных компьютерных наук :

- обратимости механических вычислений,
- сложности алгоритмов, скорости операций, разделения памяти и процессоров,
- возрастания энтропии, несимметрия времени,
- Конструктивная/созидательная роль вычислительных процессов, .



Главная идея философии Гегеля – **разум** суть материальная субстанция,

- **интеллект** – это «**инструмент**» разума,
- **вычисления** – «**инструмент**» интеллекта,
- **числа** - инструмент (объектом) вычислений



(но еще в 3 веке д/нэ Платон утверждал - все есть число)

ИНСТРУМЕНТАЛИЗМ — концепция противоположная **натурализму** и **метафизике (философии)**. Инструменталисты считают мышление и интеллект **инструментом** приспособления человека к изменяющимся условиям существования.

Понятие «числа» - это абстракция, которая используется для нумерации и количественной характеристики объектов.



Но каждое понятие имеет предел применимости, а всякий набор «инструментов» не полон. Вопрос: есть ли «предел» эффективности у такого инструмента как «**число**» ?

«нуля и актуальной бесконечности в природе не существует»

→ Давид Гильберт (1862 -1943)

Числа из физической реальности

- Натуральные чётные числа образуют «магические» **количества**, которые соответствуют **числу** нуклонов в атомном ядре, при котором полностью заполненной какая-либо его оболочка.
- К 2012 известно 7 таких «магических» чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 . Вещества, состоящие из атомов, ядра которых дважды «магические» , т.е. количество протонов и нейтронов составляют магические числа, отличаются **особой стабильностью**.

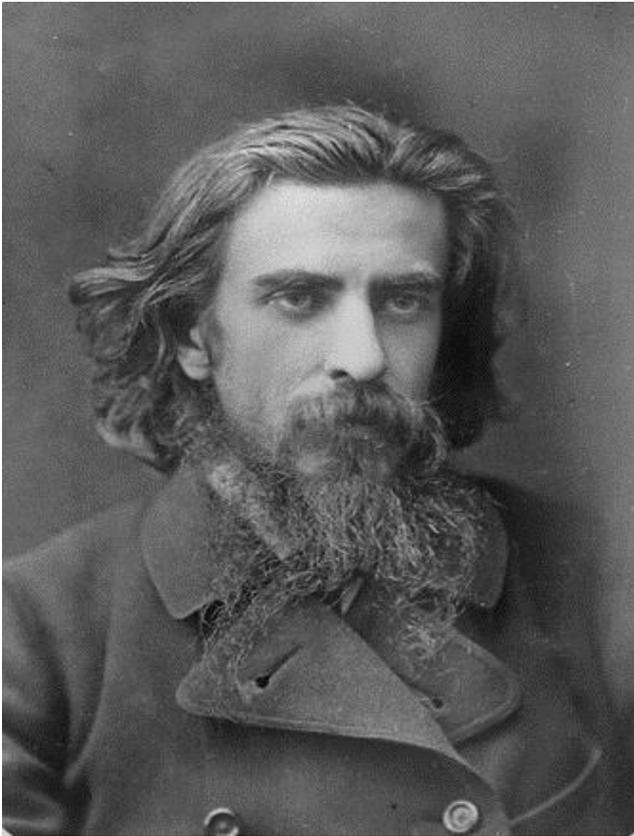
Числа экспериментальной математики:

- Число Архимеда «пи» - $3,1415926535\dots$,
- Постоянная хаоса : f - $4,6692016$,
- Эйлера - $2,718281828\dots$,
- постоянная тонкой структуры - $1/137,0369990\dots$,
- мнимая единица « i » - $\sqrt{-1}$,
- масса протона - $1.6726219 \times 10^{-27}$ килограмма,
- планковская масса ,
- и.т.д.

Числа как «тени» реальности

«Милый друг, иль ты не видишь, что всё видимое
нами –
Только отблеск, только тени от незримого очами».

В.С. Соловьёв (1853 - 1900)

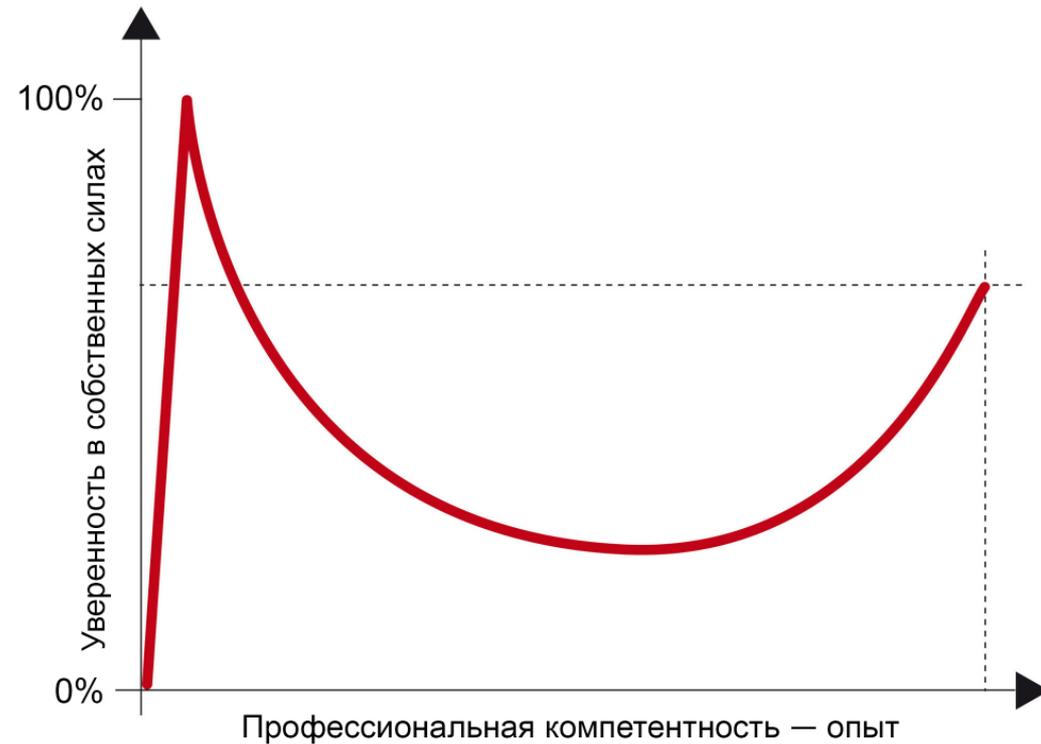


академик Императорской
Академии наук по разряду
изящной словесности

Компьютерный инструментализм против Эффект Даннинга — Крюгера

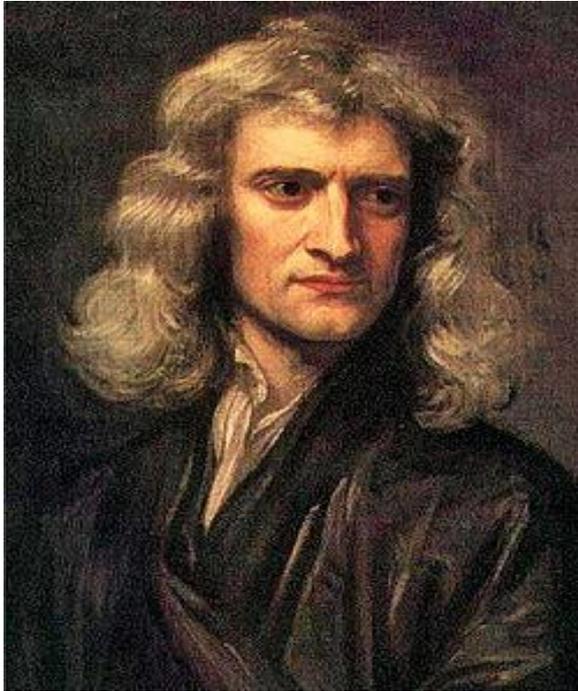
Эффект Даннинга — Крюгера
т.н. метакогнитивное
искажение, которое
заключается в том, что люди,
имеющие низкий уровень
квалификации:

- делают ошибочные
выводы,
- принимают неудачные
решения,
- неспособны осознавать
свои ошибки в силу
низкого уровня своей
квалификации.



Итак – число это количество или отношение количеств ?

Фундаментальное определение: Под числом мы понимаем не столько **множество единиц**, сколько отвлеченное **отношение** какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за **единицу**.

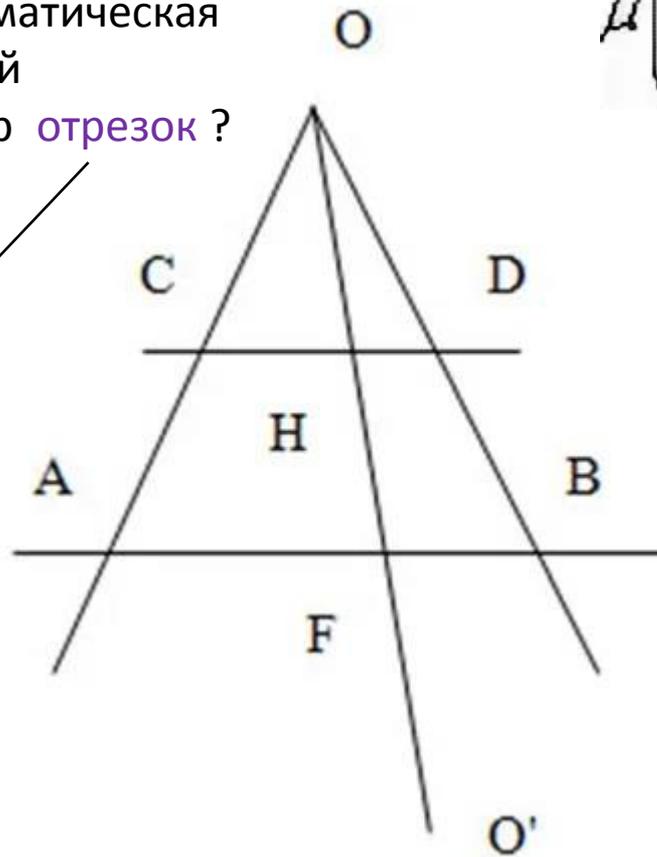
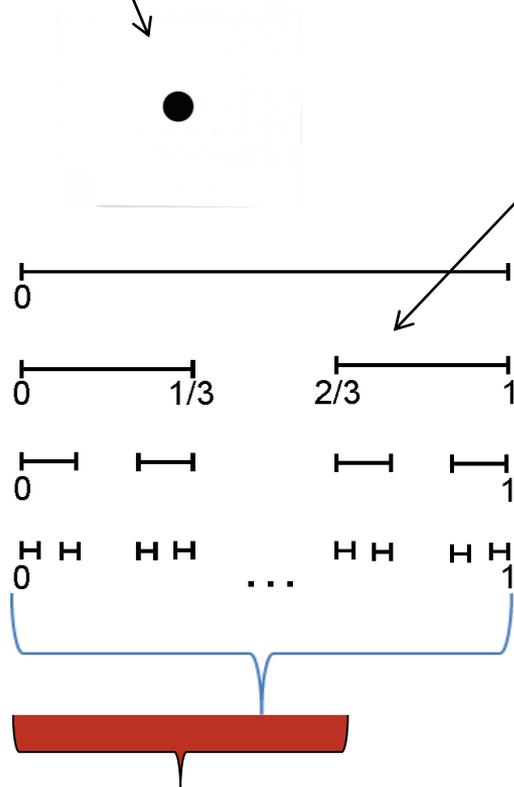


И. Ньютон
(1643 – 1727)

С античных времен **числа** изучаются как некие **объекты**, однако эти объекты никто «потрогать» не может, т.к. они не имеют физических носителей, веса или площади. Только в компьютере число можно «потрогать» как физический объект.....

Противоречия в математической аксиоматике

Как из нульмерных непротяженных объектов, каким является математическая **точка**, построить не нульмерный протяженный объект, например **отрезок** ?



Количество точек на **AF** и **CH** одинаково ?

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(E_i)$$

Это противоречие свойственно для всех хаусдорфовых пространств, к которым относятся все метрические и метризуемые пространства, в том числе **евклидово пространство**

Описание «аддитивной» счетной реальности

Аксиома Архимеда.

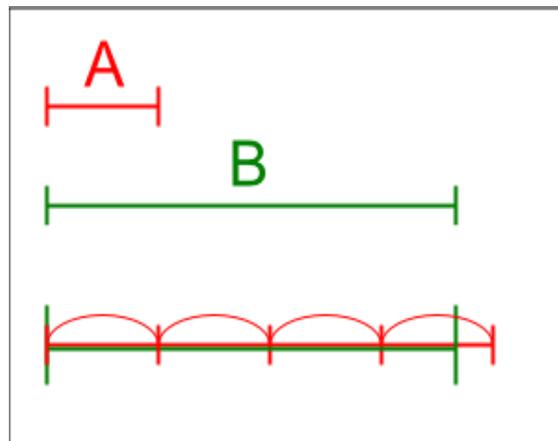
Формулировка : Имеется два отрезка. Отложив достаточное число раз меньший из двух отрезков, можно покрыть больший из них.

Суть аксиомы Архимеда заключается в отсутствии **бесконечно малых** величин, т.е. для любых двух элементов $A, B > 0$ существует целое число N такое, что.

на языке современной математики аксиома Архимеда утверждает буквально следующее:

Не существует бесконечно малых и бесконечно больших величин.

Если математическая структуры удовлетворяет аксиоме Архимеда - то она называется архимедовой.



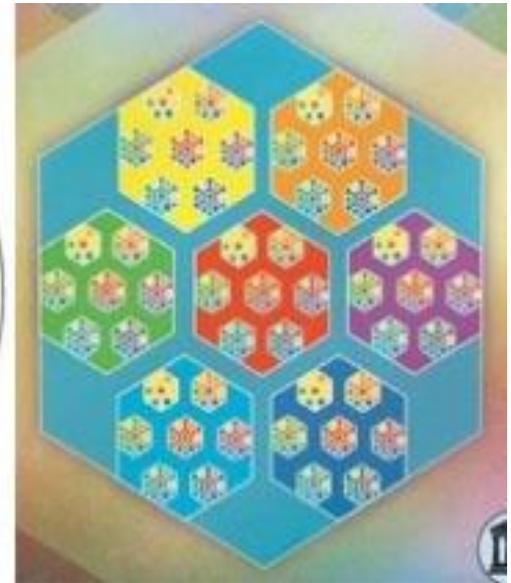
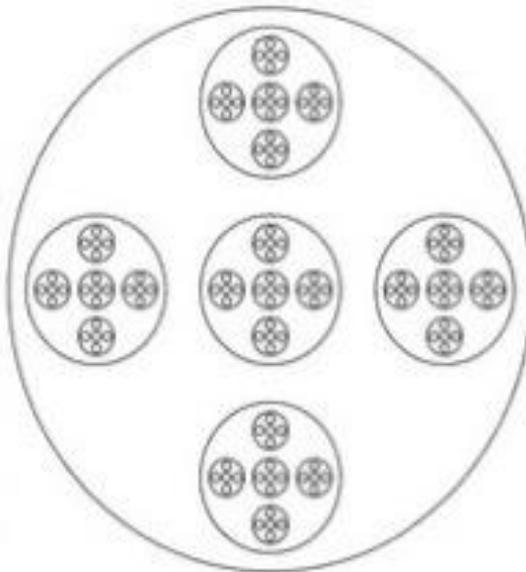
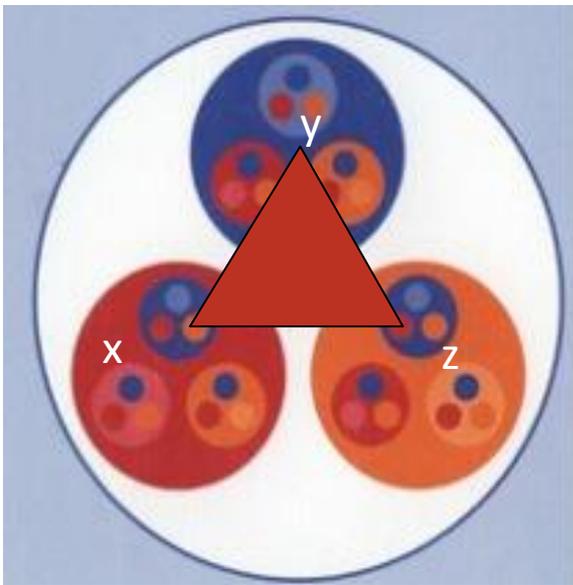
$$n \cdot A > B, n > 1$$

Простейший пример архимедового поля множество вещественных чисел.



Числа сложных структур –ультраметрика метрических пространств.

p -адические числа ультраметрических пространств или систем бесконечно вложенных друг в друга объектов



В ультраметрическом пространстве у треугольника не бывает самой длинной стороны: либо равны все три, либо одна короче, а остальные две — равны

$$d(x, z) \leq \max(d(x, y), d(y, z))$$

Так исходя из принципов квантовой механики, невозможно измерить расстояния, меньшие «планковской длины», что напрямую нарушает аксиому Архимеда

От чего зависит скорость вычислений ?

- Процессоры частотой больше 3 ГГц появились в 2002 году, почти 10 лет назад. За прошедшие годы нормы техпроцессов уменьшились со 180 до 32 нм, но даже это не позволило существенно поднять тактовые частоты.
- Производительность компьютеров «упирается» в тепловыделение элементов цифровой логики, а второе начало термодинамики, запрещает уменьшение общей энтропии замкнутой системы.

Физика проблемы

- Рольф Ландауэр в 1961 году показал, что уничтожение одного бита информации должно приводить к выделению не менее $k \cdot T \cdot \ln 2$ джоулей энергии, где k – постоянная Больцмана и T – температура системы. Эта энергия невелика: для $T=300\text{K}$ она составляет всего 0.017 эВ на бит, но в пересчете на весь процессор в целом суммарная энергия вырастает уже до величин порядка одного Джоуля за каждую секунду работы, то есть порядка одного Ватта=Дж/с
- На практике этот теоретический минимум еще «умножается» на ненулевое сопротивление и прочие неидеальности реальных полупроводников. В результате мы получаем процессоры, которые по удельному тепловыделению «обгоняют» утюги, а к.п.д. – хуже, чем у паровоза.

Информационная природа «вычислительных процессов»

- Вентили «И-НЕ», принимая на вход два бита, выдают результат размером всего один бит. По полученному результату, разумеется, нельзя восстановить значения исходных аргументов.
- Итак, каждая логическая операция (вычисление) вентиля «И-НЕ» уменьшает информационную энтропию системы (на 1.189 бита), и, соответственно, рассеивает не менее ~ 0.02 эВ тепла.
- Аналогично и с ячейками памяти ОЗУ - любая запись в ячейку приводит к уничтожению предыдущих значений. На информационном уровне старые данные просто «теряются», но на физическом уровне потеряться «просто так» данным не позволяют законы сохранения заряда и энергии. Фактически, «старая» информация не уничтожается, она рассеивается в пространстве в виде тепла и паразитных излучений.

Суть гипотезы цифровой физики или «It from bit»

Из гипотезы следует концепция Digital physics : **Вселенная** на фундаментальном уровне имеет «цифровую» информационную природу, и, следовательно, **вычислима**, т.е. математически изоморфна цифровому компьютеру.

Вопросы, которые ждут ответа:

- Архитектура и числа «натурального» компьютера
- ПО натурального компьютера
- математические операции натурального компьютера «цифровой» Вселенной

Konrad Zuse



1910 –1995

1969, Кóнрад Цúзе в книге Calculating Space сформулировал гипотезу , что «Вселенная на фундаментальном уровне – цифровой процессор».

но...

Не ясно какие числа используются для натуральных вычислений

....

История вопроса: Цифровой значит дискретный (digit)

? !

- Digitus (лат.) – значит палец
- Физика утверждает, что на микроуровне «мир» дискретен и даже «случаен». Если Вселенная «гигантский» цифровой автомат, то ?

Кто программирует этот автомат ?

Почему автомат порождает случайность ?

Фундаментальный вопрос:

Можно ли за конечное время выполнить бесконечное число математических операций ?

- The Cellular Automaton Interpretation of Quantum Mechanics
- A View on the Quantum Nature of our Universe, Compulsory or Impossible?

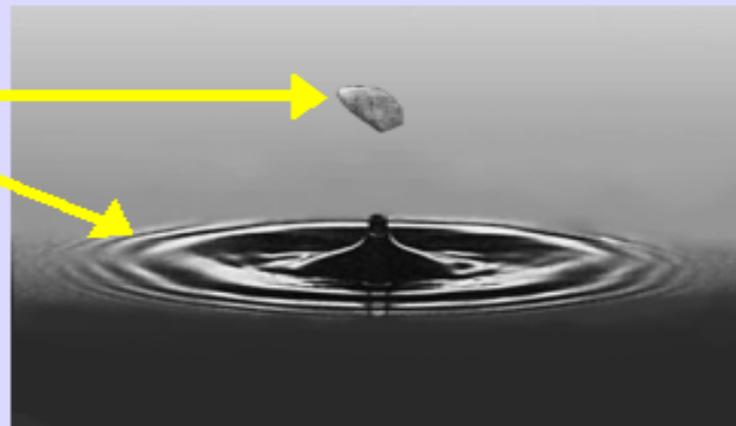
Gerard 't Hooft

Institute for Theoretical Physics
Utrecht University

Example 1

*A stone and a water wave are of **different matter**.*

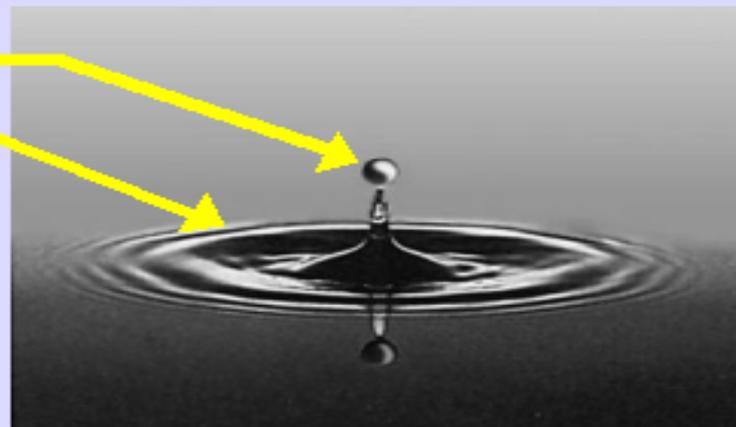
In this case, the wave-particle duality remains an enigma because a stone cannot become water and conversely.



Example 2

*A drop of water (corpuscle) and a water wave are of **identical matter**. Water has either a corpuscle behavior or a wave behavior.*

In this particular situation, wave-particle duality is explained with logic and consistency.



Дуальность проявляется там, где частица, волна и среда имеет одно и тоже строение

Примеры «дуальности» в макро реальности

Дуальность «требует» памяти о том, в каком состоянии находится объект

Particle	wood	stone	water	water	glass	plastic	carbon
Wave	water	water	water	water	water	water	water
Medium	air	water	air	water	water	water	air
Duality ?	No	No	No	YES	No	No	No

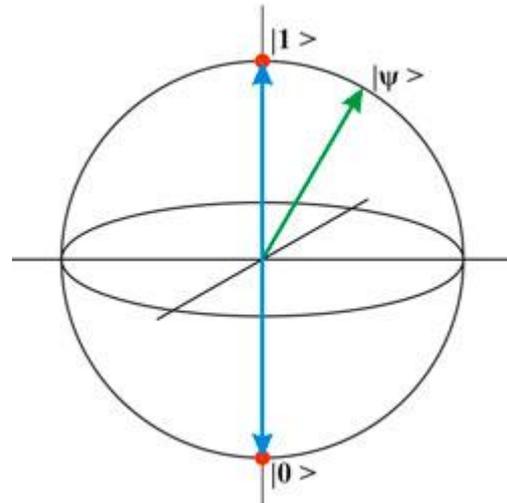
Impossibilities (under No cells)

Duality is fully explained in this particular case (under YES cell)

Память макрореальности реализуются через инерционность и законы сохранения

Сколько состояний у квантового объекта ?

Если квантовый объект имеет хотя бы два физически различных состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$, то мощность множества возможных векторов состояния **бесконечна**.



Количеством состояний квантовой системы - количество линейно независимых состояний или размерность пространства состояний. Это количество описывает число возможных исходов измерения состояния квантового объекта: $|\phi_{AB\dots C}\rangle = |\phi_A\rangle \otimes |\phi_B\rangle \otimes \dots \otimes |\phi_C\rangle = |\phi_A\rangle |\phi_B\rangle \dots |\phi_C\rangle$

ИТАК:

Квантовая теория имеет дело с объектами реальности , описание которых **не могут быть сведены к следствиям, вытекающим из ПРИНЦИПА «достаточного основания»** , где причины и следствия детерминированы связаны и обратимы. .

Благодаря «сепарабельной», физическая реальность замкнута относительно энергетических инвариантов., а для ее описания подходят «цифровые меры», которые выражаются через рациональные или вещественные числа. Такая реальность порождает явления, которые можно наблюдать, прилагая к объекту с помощью приборов (инструментов) энергию в различных формах и получая **информацию** о том, какими характеристиками явление обладает.

Контр пример. – «Кинореальность»

- «кинореальность» непосредственно не порождает физических явлений, так как «энергетически» не замкнута, но ... оказывает информационное воздействие на объекты, которые способны эту информацию воспринимать.
- «кинореальность» - это объекты, которые с точки зрения классической физики не образуют «состоявшуюся» реальность, поэтому являются аномальными.
- К «аномальным» относятся объекты наделенные памятью и сознанием, т.е. живые организмы, способные к целенаправленному «движению» под воздействием не только энергии, но и информации.

Информация : классическая или квантовая

Классические (неквантовые) представления о вероятности исходят из того, что случайность является «ненастоящей» (субъективной).



Считается, что объект обладает конкретным свойством или значением параметра и до измерения, Само измерение просто проявляет то, что было ранее скрыто (кубик имел определенное «состояние» и до того как его вынули из урны).

Спутанность состояний объектов проявляется не в гильбертовом , а в вероятностном или информационном пространстве.

Квантовый формализм «комплексных» амплитуд

Когда мы образуем квадрат модуля суммы $w+z$ двух комплексных чисел w и z , мы обычно не получаем только лишь сумму квадратов модулей этих чисел; существует дополнительный «поправочный член»:

$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w||z|\cos\varphi,$$

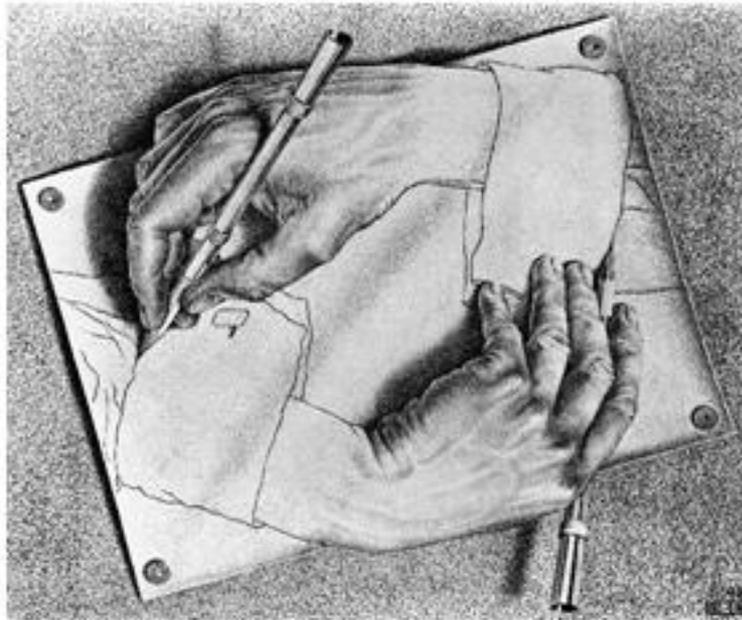
где φ – угол, образуемый направлениями на точки z и w из начала координат на плоскости Аргана...

Поправочный член $2|w||z|\cos\varphi$ описывает квантовую интерференцию между квантовомеханическими альтернативами, но интерференционное слагаемое не проявляется, если субъект обладает **информацией** («знанием») о траектории движения частицы.

Итак

- Суперпозицию «мы» воспринимается через интерференцию (наложение) состояний объекта в «однородной» с объектом среде. В физической реальности суперпозиция происходит на уровне микро уровне и только среди объектов, обладающих квантовыми, т.е. еще «непроявленными» свойствами.
- Если существует взаимодействие между макроскопическими объектами, которые обладают памятью, то между ними могут возникать информационные «корреляции» или суперпозиции потенциально возможных состояний.
- Такая **суперпозиция** не является физическим явлением, а есть информационно-вычислительный **феномен**, описывающий свойства объективной реальности .

Картина Эшера рисующие руки



Пример взаимного сосоздания и циркулярной причинности.
Метафора странной петли Хофштаттера



Выводы

- В природе может иметь место ситуация, когда объект находится в нескольких состояниях и разделить или вычислить эти состояния невозможно!
- Имеет место наложение двух или большего числа состояний друг на друга - суперпозиция.
- Суперпозиция носит информационный характер и может реализовываться без какого-либо взаимного влияния одного состояния на другое.

Пространство состояний объекта характеризуется положением взаимной «дополнительности»!!! Метрика этого пространства неархимедова!

В состоянии суперпозиции информация о свойствах объекта не теряется, поэтому не происходит диссипация энергии и и увеличение энтропии.