



Санкт-Петербургский
Государственный
Политехнический
Университет

Институт прикладной
математики и механики

Введение в профессиональную деятельность

Лекция 5

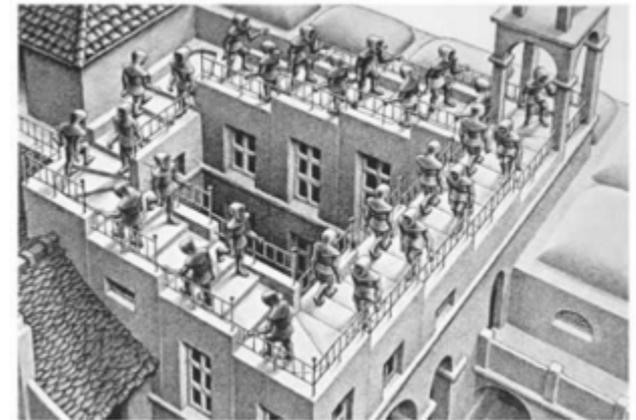
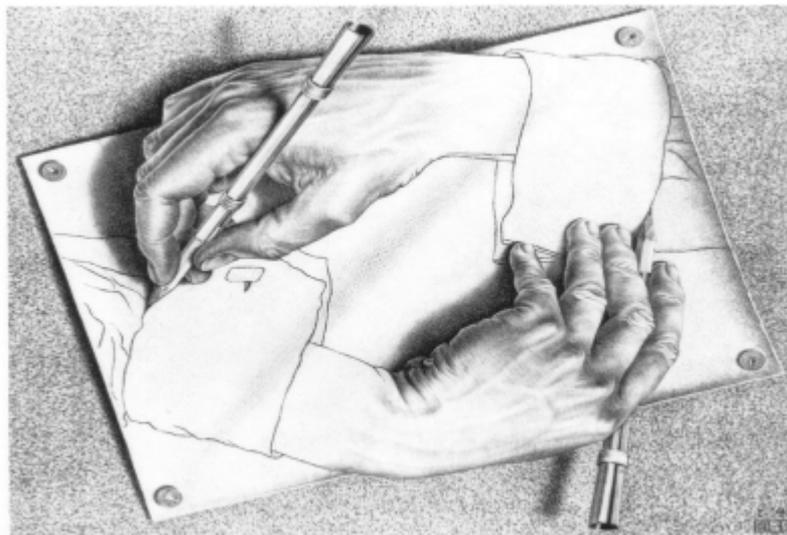
**Компьютерные науки и
информационный «пепел»
реальности**

13 Марта 2018 г.

Что обсуждалось на прошлой лекции

1. Все физические объекты являются носителями «информационных» свойств. Объективно **возможные состояния** образуют «информационные» **суперпозиции**.
2. Любой физический процесс, приводящий к изменению информационных свойств объектов, может рассматриваться как вычисление и на оборот.
3. Поэтому передать информацию **между** различными уровнями описания физической системы можно с помощью вычислений. Проблема вычислений в сложности модели и точности получаемого результата.

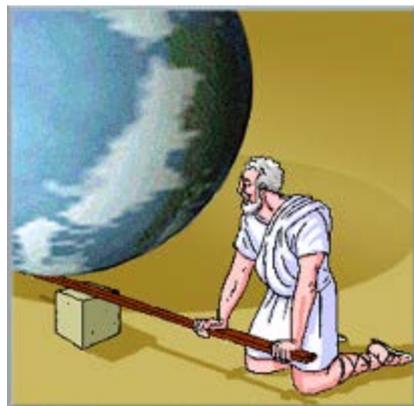
петля
Хофштадтера:



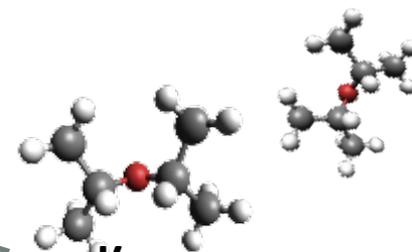
Дуглас Хофштадтер: мы — это наш мозг. Может ли мозг быть сделан из кремния ?

Цифровая «Призма» Науки 2.0

За последние 10 лет компьютеры более чем в 1000 раз повысили свою производительность. Сегодня многие фундаментальные и прикладные науки смотрят на «окружающих нас мир» через призму “цифровой науки 2.0”.



Реальный мир – это что ?

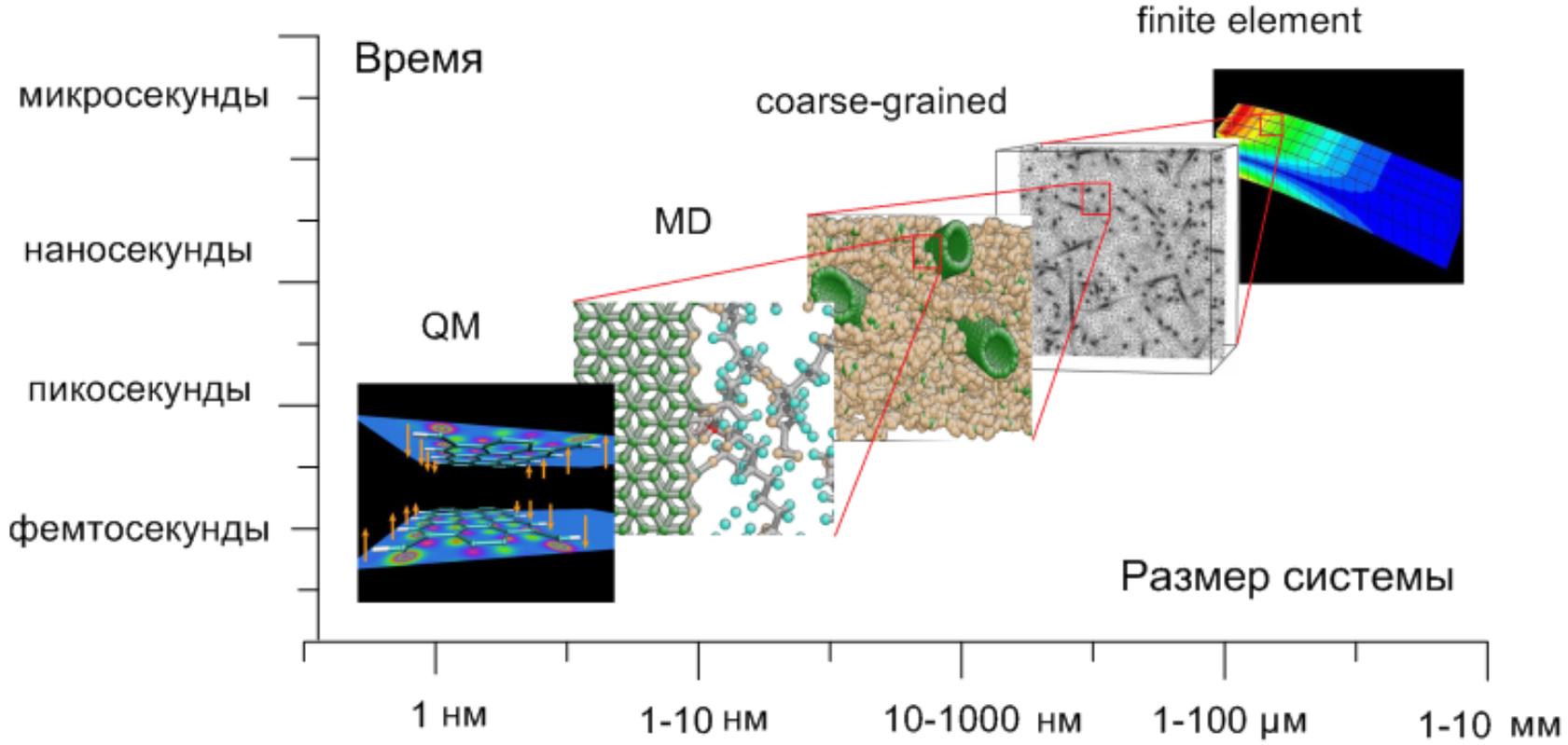


Классическая наука :
Энергия, материя,
пространство

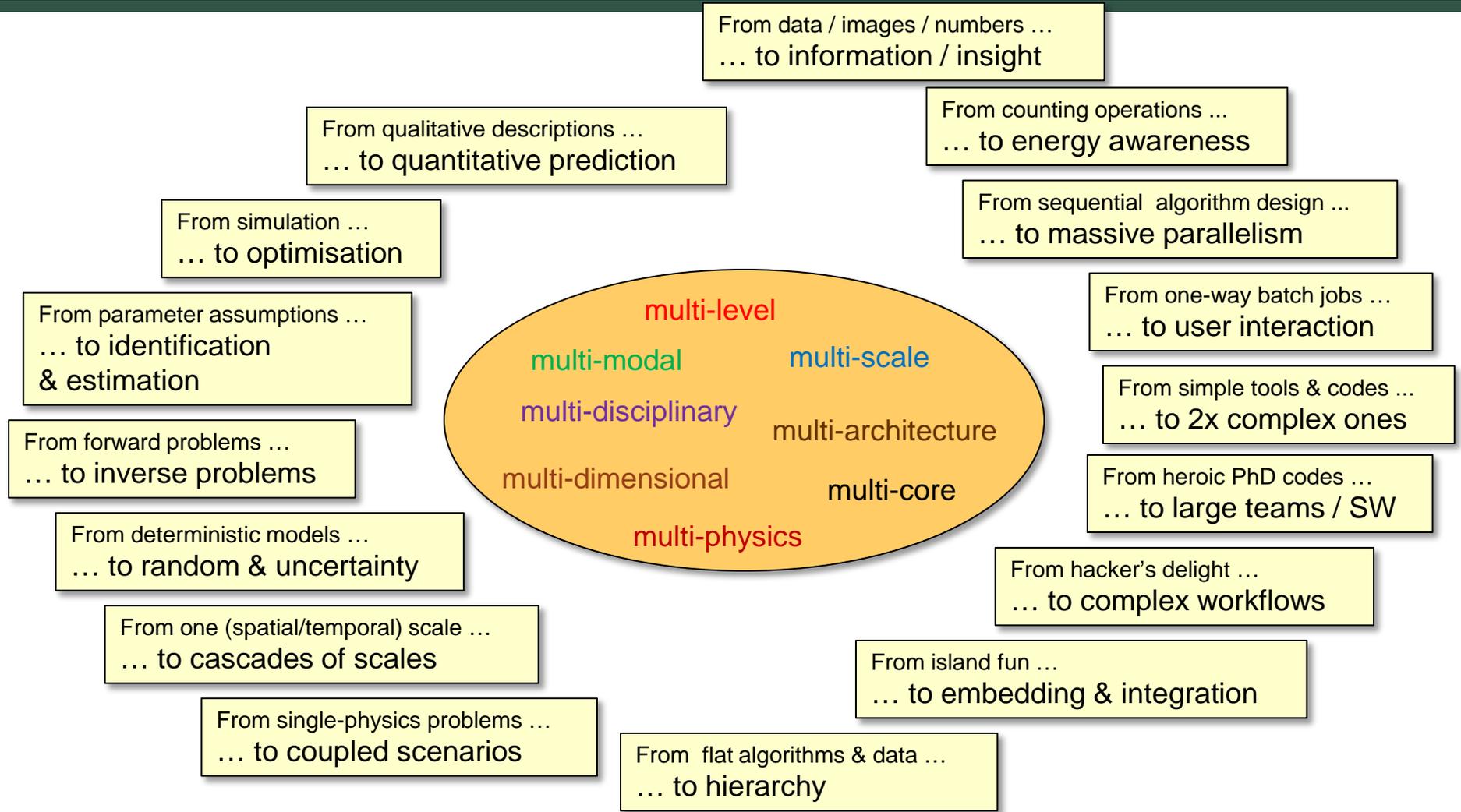


Компьютерные науки : информационный
«пепел» реальности

Отношение «время протекания процессов – масштаб системы»



...от механической простоты к “Multi” сложности Науки 2.0



Основная проблема компьютерных наук – вычислительная сложность алгоритмов вычислений

Суть проблемы – определить сколько времени (i.e., число базовых операций) требуется для решения «вычислительной» задачи ?

Пример: сложность решения задача «коммивояжера» - который должен посетить n городов.

Формальное точное решение требует $n!$ Операций

Нужно ли нам на практике «точное решение» ?

Если $n=49$, то число операций $>$ числа атомов во Вселенной.

Варианты сложности:

- 1) Полиномиальное «время» (от размерности) $\rightarrow n^3, n^7, \dots$
- 2) Экспоненциальное «время» $\rightarrow 2^n, n! \dots$

Сопутствующие проблемы

- **Редукция** - выявление условий, при выполнении которых появляется возможность использовать для решения полиномиальные алгоритмы
- **Эффективность** - сокращение объема используемой памяти, параллельность процессов вычислений,.....
- **Аппроксимация** - поиск приближенного ответа, который оптимален “most of the time and cases”,
- **Рандомизация** - разработка вероятностных алгоритмов поиска решений, протоколов, моделей или оценок.

Классы «сложности» задач

- Класс P - сложно решить, легко проверить (быть творческим)
- Класс NP - легко решить, сложно проверить (оценить творчество)

Если удастся доказать, что « $P = NP$ », то это будет эквивалентно тому, что всегда можно найти «удовлетворительное» решение за полиномиальное время

Задача поиска «удовлетворительного» решения

Дано: множество «ограничений»

Требуется: вычислить n -bit слово - «решение», которое удовлетворяет всем этим ограничениям

«Решение», должно быть таким, чтобы его можно было легко проверить на «удовлетворение заданным ограничениям»

«Пример задачи: «поиск иголки в стогу сена»



Поиск «удовлетворительного» решения - задача Boolean Satisfiability

Формализация задачи:

$$(A + B + C) \cdot (\bar{D} + F + G) \cdot (\bar{A} + G + K) \cdot (\bar{B} + P + Z) \cdot (C + \bar{U} + \bar{X})$$

Вопросы:

- Имеется ли алгоритм поиска «satisfying assignment»?
 - Что делать, если переменных будет не 3, а 100 или 1000?
 - Сколько «времени» надо затратить, чтобы найти «удовлетворительное назначение» - «satisfying assignment», т.н. удовлетворительное назначение?

«Точка опоры»: редукции задачи к «полиномиально решаемым»

“Дайте мне точку опоры и я переверну весь мир.” – Архимед (~ 250BC)



“Если доказать, что существует полиномиальный алгоритм решения задачи «Boolean Satisfiability», то существует и полиномиальный алгоритм решения любой у NP задачи
- Cook, Levin (1971)

Итак, **любая NP проблема** может быть **редуцирована** к задаче **Boolean Satisfiability.**”

Если все таки $P = NP$, то

- Доказательство любых математических теорем может быть найдено за полиномиальное время
- Любые последовательности (кодовые образцы) в множестве экспериментальных данных могут быть найдены за полиномиальное время от длины рассматриваемой последовательности данных
- Проблем Искусственного Интеллекта будут иметь полиномиально- эффективные алгоритмы.

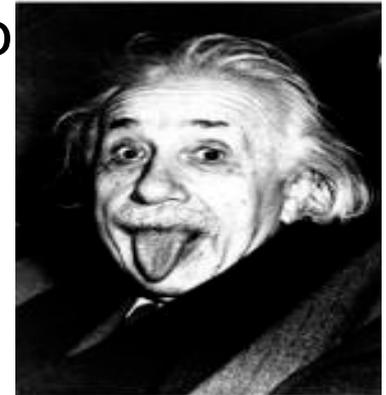
Вычисления в «теории «обучения машин»

Что такое с точки зрения вычислений – процесс «обучение» машин – передача знаний для решения задач в «различных» условиях

Может ли робот



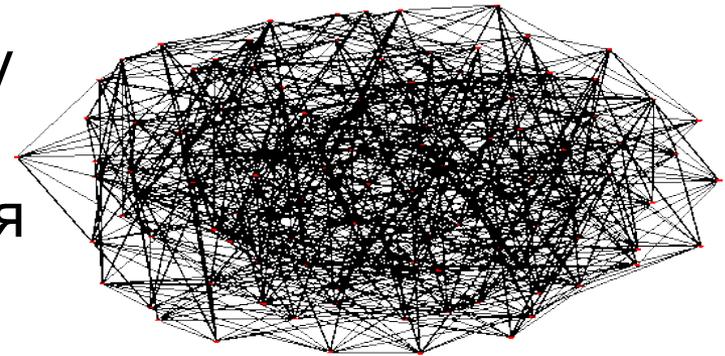
«обучится» до



С чем связать процесс обучения - с навыками выполнения
Отдельных операций, следование алгоритму или практическим опытом ?

Можно ли доказать, что something doesn't exist

Задача сводится к доказательству
Что два графа G_1, G_2
Не изоморфны – не отображаются
однозначно один на другой



a graph

Verifier randomly (and privately) picks
one of G_1, G_2 and permutes its vertices to get H .

Доказательство сводится к тому, чтобы
Доказать, что один из G_1, G_2 порождает другой

Важные утверждения о сложности как мере физической целесообразности

(A. Yao) Computational complexity of physical theories (e.g., general relativity)?

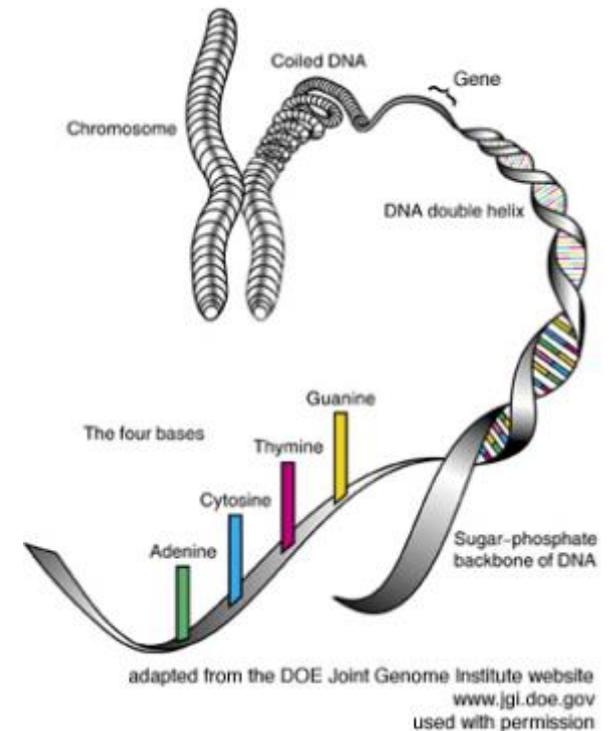
(Denek and Douglas): Computational complexity as a possible way to choose between various solutions (“landscapes”) in physical theory.

Пример: Вычислительная сложность физических проблем

Goal: расшифровка генома (long sequence of A,C,T,G)

Method:

- Extract many random fragments of selected sizes (2, 10, 50 150kb)
- For each fragment, read first and last 500-1000 nucleotides (*paired reads*)
- Computationally assemble genome from paired reads.



Новое понятие “Algorithm driven science”

Что мы примем в качестве аксиом:

Предположение 1:

если вероятность обнаружить частицу в состоянии $|k\rangle$ равна 1, то частица *действительно* находится в состоянии $|k\rangle$.

Предположение 2:

любое унитарное преобразование можно «воплотить» в виде физического устройства.

Предположение 3 (об отсутствии скрытых параметров):

если система находится в чистом состоянии, то вся информация о вероятностях результатов измерений содержится в векторе состояния.

Предположение 4:

невозможно передать информацию от одной системы к другой без физического взаимодействия или ... вычисления

Важнейшие символы-понятия «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ»

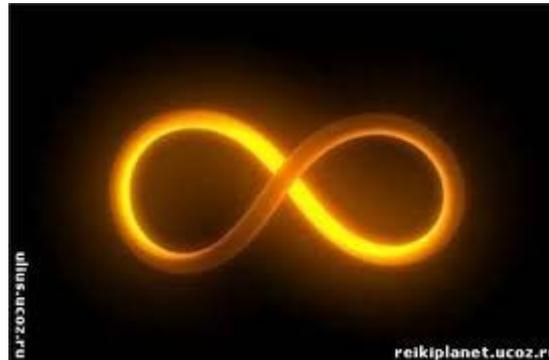
- **Ноль** $\Rightarrow 0=A-A$, тогда, если $A-B=0$, то $A=B$

- **Единица** $\Rightarrow 1=a^2+b^2+v^2+\dots+\varepsilon^2$, $p(\lambda_n) = |c_n|^2$

- **Мнимая единица** $i\hbar\psi_v(q) = \hat{H}\psi_v(q)$

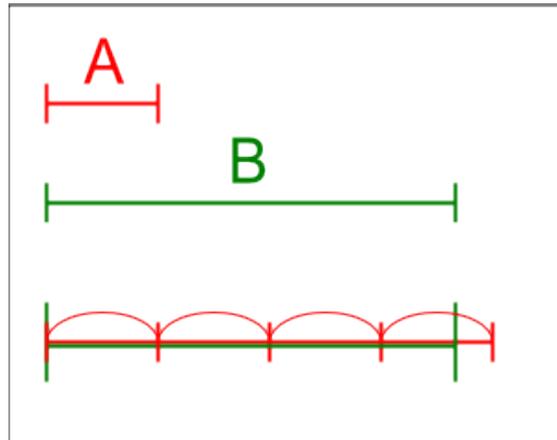
- **Бесконечность**

- вероятность, что при измерении физической величины A мы получим собственное значение λ_n



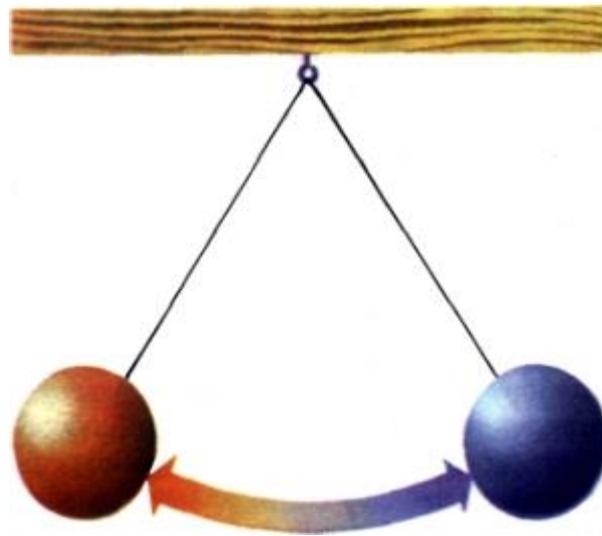
Аксиома Архимеда «классической математика»

Аксиомой Архимеда называется такое утверждение: если даны отрезки A (масштаб) и B (объект измерения) , то можно так отложить отрезок A несколько раз, что сумма будет равна или «немного» превосходить отрезок B



Утверждение : изучаемое математикой ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ архимедово то есть **одномасштабно**, значит гладко, «делимо и однородно».

«Простые» физические объекты – одномасштабны

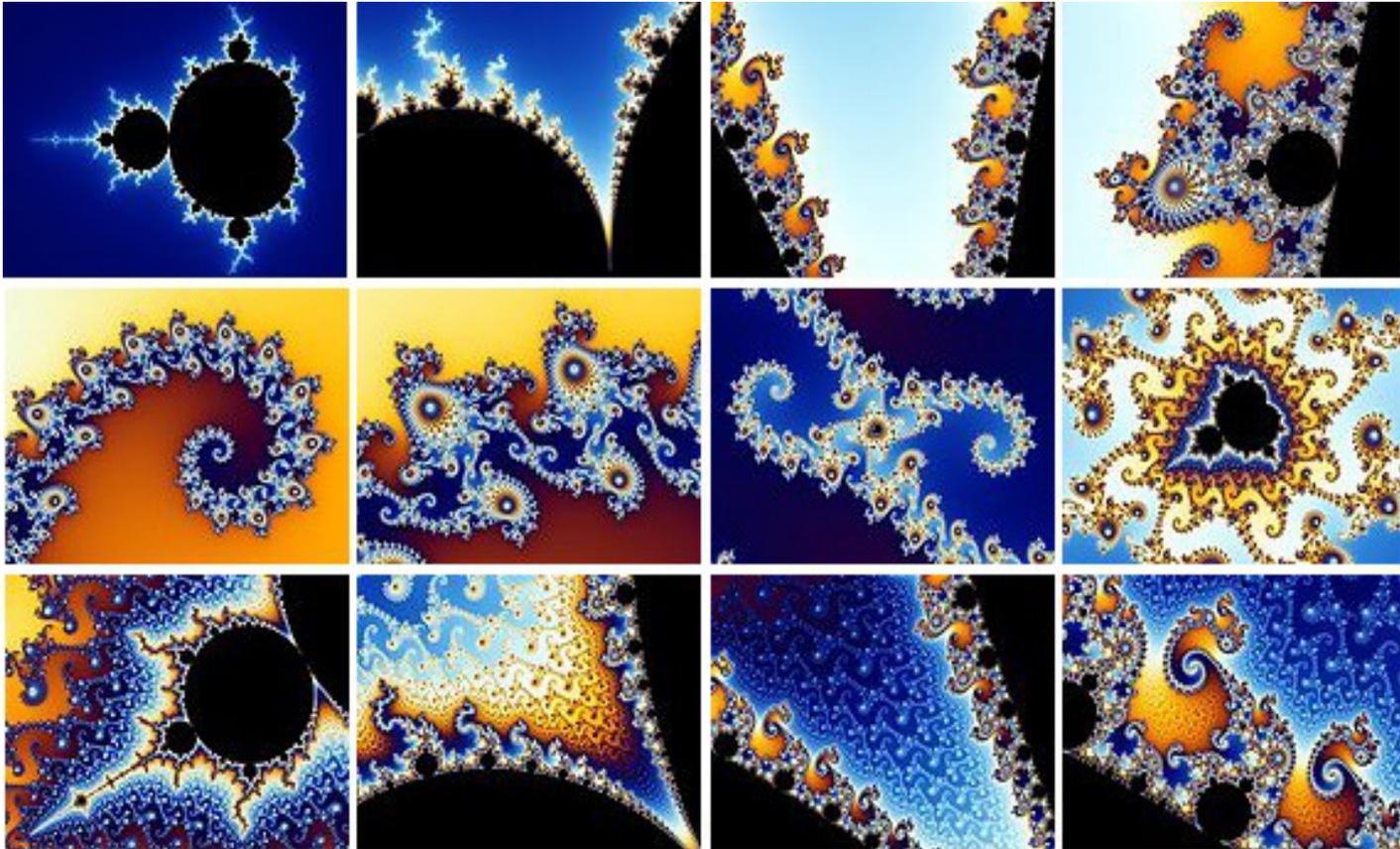


«Сложные» объекты - мультимасштабны

Сложные структуры
не однородны

они не имеют одного
масштаба, поэтому
связаны

это значит, что «деление»
на «подобъекты»
невозможно



Вероятность - атрибут квантовой реальности,
объединяющий «несовместные» состояния.

Постулат 1. Поведение квантовой системы полностью описывается **амплитудами вероятностей**. Амплитуды вероятностей образуют вектор состояния в гильбертовом пространстве

Является вектор состояния истинным состоянием объекта?

(Истина – по гречески алетейя (ἀλήθεια) - состояние «нескрытости»)

Постулат 2. Амплитуды вероятностей как координаты вектора состояния могут быть заданы в различных эквивалентных представлениях (состояния $|\psi\rangle$ и $|\psi'\rangle = e^{ia}|\psi\rangle$ физически тождественны.

Символически это можно записать матричным равенством:

$$|\psi'\rangle = U|\psi\rangle \quad (1)$$

Любая унитарная матрица может быть представлена в виде матричной экспоненты ($U = \exp(iH)$),

где H - эрмитова матрица.

Количественное описание явлений природы опирается на метафору античной математики – «все есть число» (Пифагор).

- Физические модели «существующего», базируется на детерминированной, обратимой и измеримой зависимости между причиной и следствием (Принцип достаточного основания)

В науке рассматривается также:

- описание, восходящее к термодинамике («тепловая смерть» Вселенной) и физике возникающего (И. Пригожин) или «движения» к порядку отдельной макроструктуры, за счет возрастания энтропии внешней среды (диссипативное становление)
- физика управляемого обратной связью - кибернетика (Н. Винер) – в которой цель есть причина «движения», а передача информации - снова управления (It from Bit)