



Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

КАФЕДРА ТЕЛЕМАТИКА

**Философия и методология научного знания**

Лекция 1

**Историческое введение в  
проблематику или «почему книга  
природы написана на языке  
математики»**

---

7 сентября 2016 г.

# Структура курса:

- **Тема 1. Введение. Исторические аспекты**

Экспериментальная математика и основы научных знаний. Физическая реальность и идеи Платона. Физические и математические пределы познания. Античные логика, алгебра, нумерология. Аксиоматические принципы наук Евклида. От Аристотеля и Пифагора, до Декарта - «Мысль значит существовать» и Галилея - «книга природы» написана на языке математики. Алгоритмические принципы научных знаний – «вычисляю значит существую». Окружающий мир как алгебраическая система: понятия изоморфизма, гомоморфизма, факторгруппы. Информационно-вычислительный натурализм.

- **Тема 2. Основы методологии современных знаний - «вычисления» вместо понимания**

Представление математических операций как механических процессов. Развитие алгебры, расширение классов чисел и операций. Автоматизация техники вычислений – тригонометрические таблицы, логарифмы, логарифмическая линейка. Суммирующее устройство Леонардо да Винчи, вычислительные машины Паскаля и Лейбница. Машина Шиккарда. Ткацкий станок с программным управлением. Проведение вычислений по программе. Автоматизация вычислений. Тезис Черча-Тьюринга. Машина Тьюринга. Тезис Маркова. машина Поста, Вычислительные модели Маркова и Клини. Аналоговые и цифровые вычисления.

- **Тема 3. Компьютерные науки – движение к «точке сингулярности»**

Работы К.Шеннона, Н. Винера, А. Н. Колмогорова. Информация как атрибут реальности. Теория автоматов, архитектура вычислительных машин. Языки программирования. Операционные системы. Компьютерные сети. Интернет. Киберфизика. Искусственный интеллект. Вычисления на основе принципов квантовой механики. История развития вычислительной техники в России

Темы докладов, рефератов

# Темы для докладов (пример)

- О математической реальности и реальности нашей математики
- Индетерминизм квантовой механики.
- Принцип максимума энтропии
- Об экспериментальных основаниях математики
- Вычисление знаний с помощью компьютерных моделей
- Теорема Геделя....
- Синтаксис и семантика научных знаний
- Физика вычислительных процессов
- Метрики и ультраметрики физической реальности
- И. В. Курчатов
- И. Кант – критика чистого разума
- Мир идей Платона и современная концепция научных знаний

# Список литературы (примерный)

- А. Н. Колмогоров, Теория информации и теория алгоритмов. — М.: Наука, 1987.
- Ю. Л. Ершов, Юрий. Определимость и вычислимость. — Новосибирск, 1996. — 286 с
- Марков А. А. Теория алгорифмов. — М.; Л.: изд-во АН СССР, 1954. — 376 с
- В. П. Одинец Зарисовки по истории компьютерных наук. Сыктывкар. 2013
- Van Benthem, J. Philosophy of Information; Amsterdam, The Netherlands, 2008.
- Burgin, M. Theory of Information: Fundamentality, Diversity and Unification; World Scientific Publishing Co., Inc.: Singapore, 2010
- Zuse, K. M. Calculating Space; Braunschweig, Germany, 1969
- Dodig Crnkovic. Information and Computation; World Scientific Publishing Co., Inc.: Singapore, 2011.
- Kurzweil, R. The Age of Spiritual Machines, NY, USA, 1999.
- Морис Клайн, "Математика: поиск истины. 1996

# Почему нужен этот курс лекций

- В мире идут качественные изменения в основных отраслях науки и техники. Появляются новые отрасли производства – **«интернет вещей»**, развиваются исследования Космоса и микромира.
- Создается индустрии **искусственных материалов** с «программируемыми» свойствами. Детали машин «печатаются» на 3D принтерах, с помощью **«аддитивных технологиях»** создаются новые композитные структуры.
- Сетецентрическая автоматизация ведет к **роботизации** промышленности, медицины и сельского хозяйства. Развитие инженерных и фундаментальных знаний существенно базируется на методах математического моделирования, использовании суперкомпьютеров, технологий «больших данных» и обработки **информации**.

Как связать в целостную картину все эти тенденции – ответ попытаемся найти в материалах лекций **«Философия и методология научного знания»**.

# Как возникают знания и как они соотносятся с действительностью

- В современной теории познания (гносеологии) выделяют научное и ненаучное познание (обыденное и художественное, мифологическое и религиозное)
- Например, компьютерные науки - это одна из форм научного познания, т.е. процесса получения объективных сведений, отражающих закономерности окружающей действительности.
- Научное познание связано с:
  - описанием,
  - объяснением и
  - предсказанием процессов наблюдаемой действительности.
- Фундаментальные вопросы науки: описать **как** ? ( словами или цифрами) объяснить с помощью - **чего** ? ( примеров или чисел) предсказать - **что** ? ( траекторию, свойства, параметры)

# Науку интересуют.....

Знания о свойствах  
«объективной» реальности.

Так, **физические процессы** –  
«подчиняются»  
детерминированным  
**физическим законам, т.е.**  
правилам описания их  
«потенциальных»  
возможностей.

Фундаментальный вопрос  
теории познания –

- как потенциальное  
переходит в реальное ?
- от кого объект  
«получает» знания» о  
своих «потенциальных»  
возможностях



# Ответы на вопрос

- **Платон** ( античность) все, что доступно познанию делится на два рода: чувственно-воспринимаемое и познаваемое умом

Платон утверждал, что ощущения с помощью органов чувств позволяют **познавать** (хоть и недостоверно) мир вещей, а разум (?) позволяет узреть **истину**. Что такое истина и является ли она одной из форм «вещей»? .

- **Кант** ( новое время): Существуют два основных вида человеческого познания - чувственность (органы чувств ) и рассудок (интуиция).

- Однако, современная наука формирует новый вид познания – **вычисления**

( космология, квантовая механика...) . И так, существовать может и то, что нельзя измерить с помощью физического прибора.

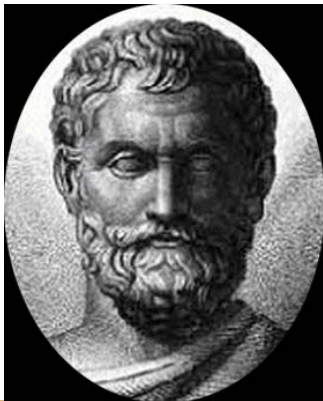


# Инструменты для «вычисления знаний» - логика vs математика

- **Логика**, от греч. – произнесенное слово, **нечто высказанное**; **математика** от греч. μαθηματικά , что значит наука.
- Объединение логики, математики и фактов о свойствах объектов реальности – **основа современных наук**, которые имеют междисциплинарный характер. Так, компьютерные науки объединяют знания об : - алгоритмах вычислений, языках программирования, вычислительной техники (электроника, архитектура, операционные системы), базы данных и знаний, компьютерные сети, а также: интерфейсы «человек-компьютер», искусственный интеллект, компьютерная графика и дополненная реальность....

# Логика мышления и математики реальности

- Предмет логики – **мышление** человека, которое проявляется линейно и последовательно во времени
- Предмет математики – независимая от мышления человека **структура** объектов Природы, которая существует как некая данность вся и целиком.
- Фалес Митетский (625-545 г д.н. э) полагал, что «Через логику субъекта для познания становится доступна математика объекта».



: {



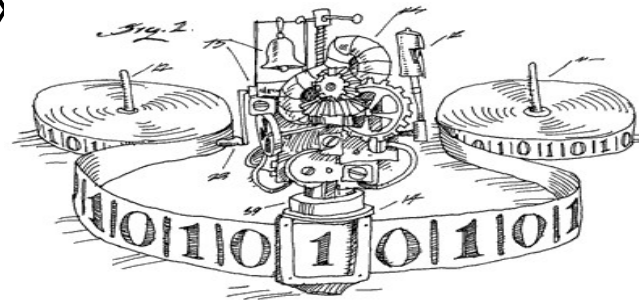
}

# Экспериментальные начала формальных знаний

- Возможности непосредственного наблюдения реальных физических процессов **ограничены**, а результаты любых измерений на конечных интервалах имеют **конечную точность** (см. неравенство Гейзенберга), при этом непосредственное измерение многих физических процессов без их «разрушения» невозможно. Законы физики «меняют» свой вид при переходе к разным масштабам рассмотрения объектов. Любые знания «относительны».
- Сознание человека позволяет «конструировать» объекты и связывать их с понятиями. Свойства объектов можно выразить через свойства других **объектов** – чисел. Числа – это «**метафора**» количественных свойств физической реальности. Реальность, отображенная в числах, позволяя различать объекты, становится информацией - **difference that make the difference**.

# Модель «механических» вычислений знаний

- **Идея Тьюринга:** Все вычислительные операции, которые «чувствительны» только к синтаксическим правилам, могут быть реализованы механически, т.е. с помощью простых «механических перемещений» этих символов. Причем, вычисление нового символ основано на правилах, которые записаны с помощью самих обрабатываемых



# Рассуждение о вычислениях в «физической реальности»

- Если элементарная частица, такая как электрон, переходит из одного квантового состояния в другое, то это может рассматриваться как изменение значения бита информации, например, с 0 на 1.
- Поскольку Вселенная состоит из элементарных частиц, поведение которых может быть полностью описано их квантовыми переходами, то подразумевается, что Вселенная может быть полностью описана с помощью бит информации.
- Каждое состояние несет информацию, а каждая смена состояния является изменением информации (требует манипуляции одним или несколькими битами). Вселенная состоит из примерно  $10^{80}$  протонов и примерно такого же числа электронов. Отсюда следует, что Вселенная в целом может быть смоделирована на гипотетическом компьютере, способном хранить и манипулировать примерно  $10^{90}$  битами.

# Виртуальность и реальность.

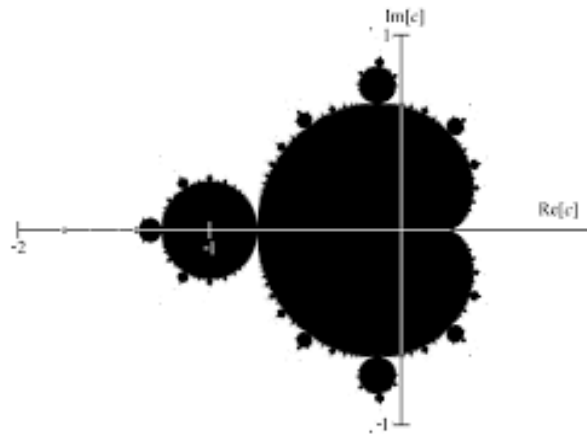
**Идея Галилея:** Познание имеет своей целью ЛИШЬ то, что можно измерить, т.е. ТО, ЧТО наделено **мерой** - массой, длиной, скоростью, объемом...

Из соотношения неопределенности  $\Delta t * \Delta E \geq h$  следуют радикальные выводы:

- Можно «вычислить» факты о существовании виртуальных частиц, которые не могут быть зарегистрированы ни какими измерительными приборами. Эти частицы не переносят энергию, для них понятие скорости и массы не имеет физического смысла (есть ли «масса» у мысли, есть ли «площадь» у совести)
- Эти частицы – носители виртуальных процессов, которые происходят в промежутки времени порядка  $10^{-24}$  сек, и в силу соотношения неопределенности для энергии и времени такие процессы принципиально не могут наблюдаться.
- Итак, виртуальные частицы и процессы «не наблюдаемы» и физической реальности не имеют. Мы можем их только **ВЫЧИСЛИТЬ!**

# Числа как мера : «точка», 0, 1, ..., N,

- Понятие **простой вещи**, породило идею **натурального числа**, а формализация **представления о непрерывном** веществе (совокупности простых вещей) породила идею геометрии.



фрактал  
Мандельброта

- В множестве натуральных чисел появляются операции **сложения и вычитания**. Сложение создаёт порядок по возрастанию, уточняя понятие “больше”. Вычитание, соответственно, поддерживает убывающий порядок.
- Мир состоит не только из простых вещей!

# Предмет математических познаний

Математика имеет своим предметом сравнение объектов (или их характеристик):

- а) качественное ("равно"/"не-равно", если удастся, "больше"/ "меньше");
- б) (если удастся) количественное.

Какими свойствами должен обладать объект (характеристика), чтобы относительно него **нельзя было провести** хоть какие-либо сравнения или измерения?

- а) уникальность (чтобы нельзя было сравнить с другими);
- б) неделимость (чтобы нельзя было сравнивать между собой его части);
- в) неизменность (чтобы нельзя было сравнивать с самим собой в различные моменты времени).



# Не все измеримые объекты имеют математические модели

В каком случае объект, обладающий измеримой характеристикой (или характеристиками), нельзя описать математической моделью? Если не существует:

- никаких взаимных отношений между его измеримыми характеристиками в любых сочетаниях
- никакой связи между указанными характеристиками данного объекта и любыми известными характеристиками любых других объектов (в любых сочетаниях).

# О математической «мета» реальности

- Математики формирует **«мета реальность»**, объекты которой следуют законами, которые определяются принятыми аксиомами и логикой математического вывода. Математическая мета реальность объективна в том смысле, что любой математический объект (логарифм, интеграл, функция), определенный заданным образом, может иметь только такие, а не иные свойства, вне зависимости от желания его изобретателя. Сформировав такую реальность, математики «открывают» ее законы
- Окружающая нас Природа – также есть носитель законов. Эти законы открывают, основываясь на опыте о свойствах предметов Природы.
- Ни из каких математических соображений не следует, например, что величина, подлежащая сохранению в физике это именно масса, умноженная на квадрат, а не, скажем, на куб скорости. Математика может «сконструировать» много реальностей и моделей, но лишь некоторые из них в том или ином приближении имеют аналоги в реальности физической.

# Два вопроса о возможностях «физико-математических» наук

- Первый: почему физическая реальность может быть описана при помощи моделей из реальности математической?
- Второй: насколько «реальны» в действительности математические абстракции, используемые физиками для описания физической реальности?

# Ответ 1

- Поскольку человек "воспринимает" физическую реальность при помощи сравнения и измерения, а базовые свойства соответствующих математических операций являются экспериментальными фактами, установленными на опыте для сравнимых и измеримых физических характеристик, то физические закономерности для таких характеристик обязаны быть истинными в математике.
- Итак: любые мыслимые связи между измеримыми характеристиками объектов являются математическими по определению, но обратное - неверно, то есть не все математически корректные модели соответствуют свойствам реальности физической.

## Ответ 2

- Используемые физиками математические объекты совершенно не обязаны быть реальными в физическом смысле. Так, в природе **числа «0»** как физического объекта не существует. В природе есть только движение планет, но нет никаких "механизмов", которые бы его осуществляли. Другими словами, планеты просто движутся, а **материя просто существует**. Мы воспринимаем природные объекты с помощью наших органов чувств и описываем их с помощью математических абстракций, если при восприятии используется измерение.
- Итак, математический порядок наших представлений о мире - **плод деятельности разума** по упорядочиванию имеющихся фактов. Простая модель содержит меньше информации, чем более сложная, объясняющая те же факты.

## Ответ 2-1(популярное научное объяснение)

- Для формулировки физических законов предпочтительно использовать **«простые модели»**. Почему ?
- Простая модель содержит меньше информации, чем более сложная, объясняющая те же факты.
- Принцип **максимума энтропии** (максимума неопределенности) заставляет любые системы стремиться к уменьшению имеющейся у них информации.

Так модель Птолемея имела точность выше, чем модель Коперника, но была сложна, поэтому отвергнута. А. Эйнштейн: "В нашем стремлении понять реальность мы отчасти подобны человеку, который хочет **понять механизм закрытых часов...** Он может нарисовать себе некоторую картину механизма, которая отвечала бы всему, что он наблюдает, но никогда не может быть уверен в том, что его картина единственная, которая могла бы объяснить эти наблюдения".

# Законы природы и природа случайного

- Понятие "случайного" есть одна из тех математических моделей объяснения явлений природы (вроде "электромагнитной волны"), которыми мы привыкли пользоваться, не задумываясь об их природе.
- Случайным является любое событие, результат которого **нельзя предсказать заранее**: например, результат полностью определяется набором (цепью) неслучайных причин (предшествующих событий), но в силу каких либо обстоятельств данная детерминированная цепь событий не может быть прослежена или просчитана нами. Пример: 1) бросание монеты, игра в кости, карты и т.п., 2) событие, исход которого не определяется однозначно даже при условии полного знания всех предшествовавших ему событий; (вероятностная интерпретация волнового уравнения Шредингера).
- «Бритва Оккама» предписывает не изобретать "новых сущностей", таких как истинная случайность, которая никак не проявляет себя в макром мире! Новая сущность м.б. слишком высокой платой за упрощение модели микромира!

## О единстве метода познания

- Ранее считалось, что **природа содержит много основных сущностей** (время, пространство, масса, сила, энергия и т.п.) Специальная теория относительности предложила единое пространственно-временное описание мира. Общая теория относительности избавилась также от сил (гравитационных), массы и энергии, объявив их также **различными проявлениями все того же пространственно-временного континуума.** "
- Разнообразии физических (и прочих) объектов внешнего мира порождено человеческим сознанием, в том смысле, что таков **способ рационального познания**: разъять единое на части ("анализ"), чтобы затем, установив связи между ними ("синтез"), получить модель наблюдаемого (то есть реконструировать мир в своем сознании). Все это - особенность человеческого восприятия (ни одна из частей торта не является "объектом, присутствующим в торта изначально"), в том числе и время - только аспект восприятия.



# Исчислимые объекты

Математика как наука для адекватного описания любых величин, сущностей и т.п. абстракций, от которых требуется только быть **исчислимыми**.

- Под исчислимыми (т.е. измеримыми) следует понимать любые объекты, обладающие следующими свойствами:
  - 1) делимость; 2) однородность (сохранение при делении).
- Базовой математической операцией является сложение. Все остальные операции (вычитание, умножение, деление, возведение в степень, логарифмирование, интегрирование и дифференцирование и т.п.) можно индуцировать из сложения, а значит, их свойства также определяются свойствами сложения и следующими известными аксиомами:
- $a+b=b+a$ ; (симметрия),  $(a+b)+c=a+(b+c)$ ; (ассоциация),  $(a+0)=a$ . (наличие нуля)

# О том, почему «эффективна математика»

- Р. Декарт : "Мне неизвестна иная материя телесных вещей, как **только всячески делимая**, могущая иметь фигуру и движимая, иначе говоря, только та, которую обозначают названием величины и принимают за объект доказательств..."
- Причина эффективности математики в том, что она применима к тем областям науки, "в которых рассматривается **либо порядок либо мера**, ... не входя в исследование никаких частных предметов".
- Итак, по Декарту, две сущности имеют предметом своим математика: **мера и порядок**. Но ... булево множество {"ИСТИНА", "ЛОЖЬ"} нельзя рассматривать как упорядоченное, так как ни "ИСТИНА" не включает "ЛОЖЬ" ни наоборот. Значит, это **булево множество не является измеримым**. Предметом логики являются рассуждения, а не мера и порядок. Вопрос, является ли частью математики теория конечных автоматов или теория формальных грамматик?

# Пояснения Декарта

- Но ... Если мы не имеем возможности сравнивать объекты на "больше"/"меньше", у нас тем не менее остается возможность **сравнивать их на эквивалентность**. В этом смысле **отношение порядка** типа "равно"/"не-равно", разделяющие объекты на классы эквивалентности присутствует во всех, в том числе и самых **абстрактных, разделах современной математики**.

# «Траектория» развития научных знаний: от знаний, основанных на опыте, к наукам, основанным на вычислениях

Р. Декарт. **Cogito**, ergo sum (лат. — «Мыслю, следовательно, существую»)



**Computo**, ergo sum (лат. - «Вычисляю, значит существую») – идея информационно-вычислительного натурализма: законы физики – «компьютерные» программы, каждый атом – квантовый компьютер, а Вселенная - сеть квантовых компьютеров, которая вычисляет самую себя?!



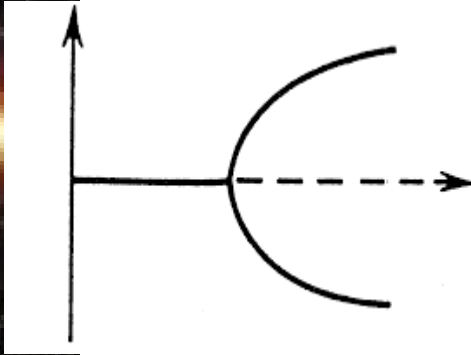
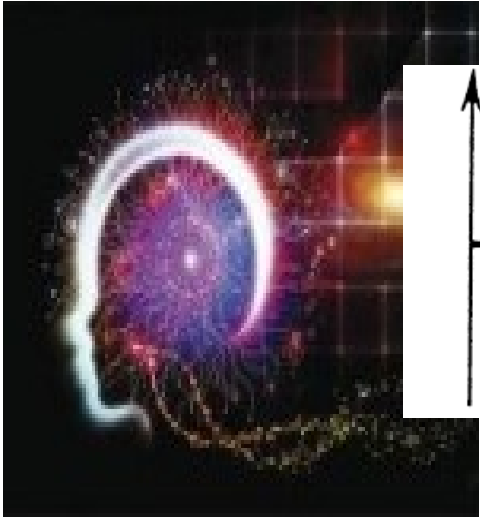
# Дискретное – значит «вычисляемые»: compute ergo sum

- Р. Декарт выделил мышление (переработку информации) как основной атрибут человека как объекта Природы - **Cogito ergo sum** - мыслю , значит существую. Мышление реализуется через конечное (дискретное) множество понятий.
- Физическая реальность обретает свое существование через ..... измерения, атрибут которых конечные числа. Операции с объектами можно «симулировать» с помощью операций с числами.
- Итак, числа – это **метаформа** т.е. перенос свойств физической реальности на объекты «числового поля». Физическая реальность базируется на конечном множестве фундаментальных постоянных, которые выражаются через числовые меры, и конечную совокупность понятий, образующих концептуальную схему **Compute ergo sum** .

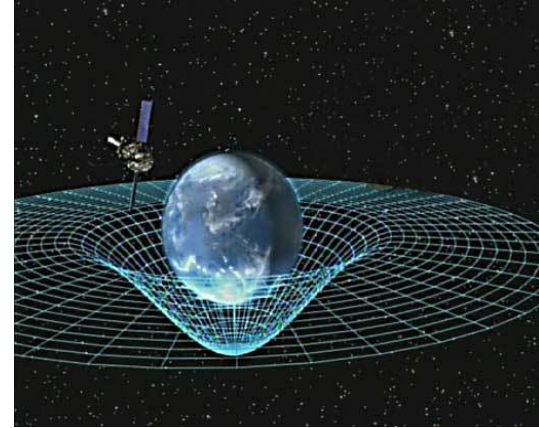
Но это уже .... «метафизика» - физика когнитивных процессов

# «Бифуркация» (т.е. разделение чего-нибудь в двух направлениях) природы на мир физических объектов и систем, наделенных сознанием

Лишенная мысли и смысла  
реальность вещей, движение  
которых подчиняется  
законам физики



Сложно организованная материя  
«вычисляющая» свое движения  
с помощью сознания



# Число как метафора

- Возможности непосредственного наблюдения реальных физических процессов ограничены. Результаты измерений на конечных интервалах имеют **конечную точность** (неравенство Гейзенберга),
- В основе процессов вычислений лежат **виртуальные объекты** - числа. Реальность, отображенная в числах, позволяя различать объекты, становится информацией. Информацию-числа можно хранить в памяти компьютера.
- Вычислительный эксперимент – это механические манипуляции с числами-символами. В компьютере используется «числовая факторизация» свойств реальности или **Числовая Виртуализация** на уровне доступных **для измерений** количественных отношений, что позволяет симулировать (simulation) и даже предсказывать (prediction) свойства реальных физических явлений и событий,.
- Самые фундаментальные процессы реализуются через «виртуальные силы» или «виртуальные объекты (бозон Хикса, точки центра масс или равновесия сложных конструкций и пр. ), непосредственное измерение которых невозможно.

# Границы физической реальности



привычное представление о наличии одного и только одного исхода у любого эксперимента — в корне неверно



# Методологическая сложность проблемы «исчислимости»

Сложность феномена «вычислений»:

- Существуют две разные **концепции, характеризующие** «природу» вычислений – аналоговый и цифровой;
- В науке «вычисления» выступают как **междисциплинарная категория** современной системы знаний, основанное на объединении дискретного и непрерывного способов описания

# Дискретное и непрерывное начало

"Я все больше и больше склоняюсь к мысли, что нельзя продвинуться дальше, используя теории, строящиеся на континууме".

А. Эйнштейн

Среди всех понятий физики время оказывает наибольшее сопротивление свержению мира идеального континуума в мир дискретности, информации, битов...

Дж. Уилер

«Дискретное» значит конечное.

Известно, что энергия квантовых объектов пропорциональна частоте  $1/\Delta t = 1/\lambda$  - «собственных» колебаний, где  $\lambda$  - длина «волны», выраженная в единицах времени. Из соотношения неопределенности

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta X \Delta P \geq \frac{\hbar}{2},$$

следует, что состояние с малым временем жизни не может иметь определенного значения энергии. Другими словами, за время «жизни» объекта его энергия обязана измениться, тем более существенно, чем меньше время «жизни». Продолжительность выполнения вычислительной операции можно рассматривать как ее «время жизни»

Производительность компьютера, т.е. количество «вычислений» за эталонный интервал времени, зависит от длительности выполнения отдельной операции. В общем случае, аналогово-цифрового преобразования уменьшение длительности вычислительной операции приводит к снижению точности результата.

# Аспекты рассмотрения проблемы

## Аспект 1 :

вычисления атрибут – всеобщее свойство физических процессов, которое проявляется как в живой, так и в неживой природе.

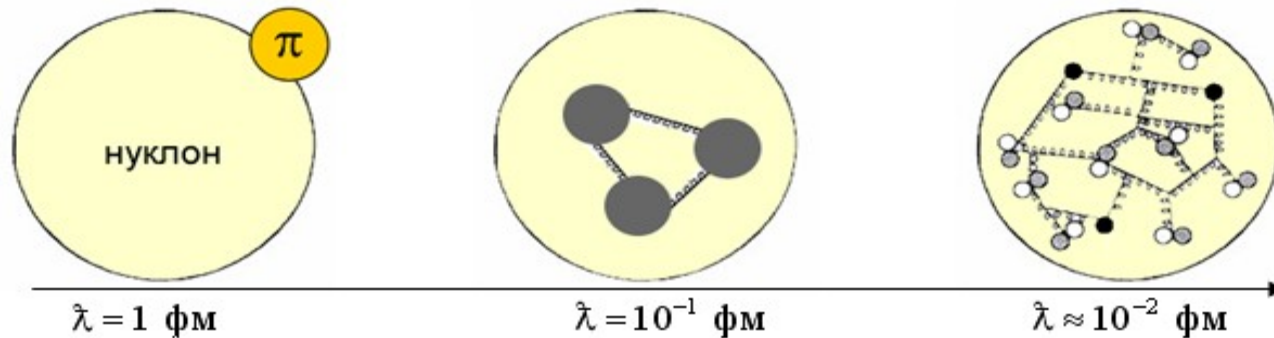
## Аспект 2 :

вычисления функция, отражающая субъективность сознания человека, поэтому не может рассматриваться как объективная характеристика свойств природы

# Программа вычислений как реализация законов физики

- В общей теории относительности тела всегда следуют по геодезическим линиям (этих объектов в реальности нет) в четырехмерном пространстве-времени. В отсутствие материи эти прямые линии в четырехмерном пространстве-времени соответствуют прямым линиям в трехмерном пространстве.
- В присутствии материи четырехмерное пространство-время искажается, вызывая искривление траекторий тел в трехмерном пространстве (подобно тому, как в старой ньютоновской теории это происходило под действием гравитационного притяжения).
- Нечто похожее наблюдается, когда самолет летит над холмистой местностью. Он, может быть, и движется по прямой линии в трехмерном пространстве, но его тень следует по изогнутой траектории на холмистой двумерной поверхности Земли.

# Точность «знаний» - конечная величина



- Структура , объекта, которая открывается /получается в результате измерения, «зависит» от того каков масштаб используемой меры, т.е. результат измерений всегда «относительный» и зависит от того кто и как смотрит на объект!

(мера – это длина волны фотона, от его частоты зависит точность )

# История развития «вычислений» (ключевые вехи)

- В 1492 г. Леонардо да Винчи (1452–1519) предложил проект сумматора 13-разрядных десятичных чисел.
- В 1617 г. Джон Непер (1550–1617) предложил нелогарифмический способ умножения, используя числа, образующие прогрессии (арифметические и геометрические)
- В 1618 – 1630 гг. появились логарифмические линейки (прямолинейные и круговые). Уильям Отред (1574 – 1660) предложил сдвигать центральную часть логарифмической линейки.
- В 1623 г. Вильгельм Шиккард (1592–1635) строил ПЕРВУЮ вычислительную машину для И. Кеплера
- В 1642 г. Блез Паскаль (1623–1667) строит вычислительную машину для сложения и вычитания 6–8-значных чисел.
- В 1672 г. Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1667) строит вычислительную машину, которая не только могла суммировать, умножать и делить числа

# Выводы

- Существует только то, что можно вычислить
- Точность вычислений конечна
- Точность вычислений и время расчетов ( основная формула «компьютерных наук») образуют сопряженную пару , аналогичную неравенству Гейзенберга